

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|----|
| Vorwort | V |
| I Grundbegriffe | 1 |
| 1 Algorithmen und Fehlerfortpflanzung | 1 |
| 1.1 Algorithmen | 1 |
| 1.2 Realisierung von Algorithmen | 2 |
| 1.3 Die Beurteilung von Algorithmen | 2 |
| 1.4 Aufgaben und Ergänzungen | 3 |
| 2 Matrizen | 4 |
| 2.1 Bezeichnungen | 4 |
| 2.2 Matrizenprodukte | 5 |
| 2.3 Das Schema von Falk | 6 |
| 2.4 Rang und Determinante | 7 |
| 2.5 Norm und Konvergenz | 8 |
| 2.6 Aufgaben und Ergänzungen | 9 |
| II Lineare Gleichungen und Ungleichungen | 10 |
| 3 Der Algorithmus von Gauß | 10 |
| 3.1 Rückwärtseinsetzen | 10 |
| 3.2 Der Algorithmus von Gauß | 11 |
| 3.3 Pivotsuche | 12 |
| 3.4 Aufgaben und Ergänzungen | 13 |
| 4 Die LR-Zerlegung | 14 |
| 4.1 Die LR-Zerlegung von A | 14 |
| 4.2 LR-Zerlegung mit Pivotsuche | 15 |
| 4.3 Lineare Gleichungssysteme | 16 |
| 4.4 Aufgaben und Ergänzungen | 17 |
| 5 Das Austauschverfahren | 18 |
| 5.1 Variablentausch | 18 |
| 5.2 Schema und Algorithmus | 19 |
| 5.3 Inversion | 20 |
| 5.4 Lineare Gleichungen | 21 |
| 5.5 Aufgaben und Ergänzungen | 23 |

| | | |
|------------|--|----|
| 6 | Die Cholesky-Zerlegung | 23 |
| 6.1 | Symmetrische Zerlegung | 23 |
| 6.2 | Existenz und Eindeutigkeit | 25 |
| 6.3 | Symmetrische lineare Gleichungssysteme | 25 |
| 6.4 | Nachiteration | 26 |
| 6.5 | Aufgaben und Ergänzungen | 27 |
| 7 | Die QR-Zerlegung | 28 |
| 7.1 | Die Householdertransformation | 28 |
| 7.2 | Der Algorithmus von Householder | 28 |
| 7.3 | Lineare Gleichungssysteme | 30 |
| 7.4 | Aufgaben und Ergänzungen | 31 |
| 8 | Relaxation | 32 |
| 8.1 | Koordinatenrelaxation | 32 |
| 8.2 | Konvergenz bei diagonaldominanten Matrizen | 34 |
| 8.3 | Das Minimumproblem | 35 |
| 8.4 | Konvergenz bei symmetrischen, positiv definiten Matrizen | 37 |
| 8.5 | Geometrische Deutung | 37 |
| 8.6 | Aufgaben und Ergänzungen | 38 |
| 9 | Lineares Ausgleichen | 39 |
| 9.1 | Überbestimmte lineare Gleichungssysteme | 39 |
| 9.2 | Die Verwendung der QR-Zerlegung | 40 |
| 9.3 | Anwendung | 40 |
| 9.4 | Unterbestimmte lineare Gleichungssysteme | 42 |
| 9.5 | Anwendung | 43 |
| 9.6 | Geometrische Deutung und Dualität | 43 |
| 9.7 | Aufgaben und Ergänzungen | 44 |
| 10 | Lineare Optimierung | 45 |
| 10.1 | Lineare Ungleichungen und lineares Programm | 45 |
| 10.2 | Eckentausch und Simplexverfahren | 46 |
| 10.3 | Elimination | 48 |
| 10.4 | Ausgleichen nach Tschebyscheff | 50 |
| 10.5 | Aufgaben und Ergänzungen | 51 |
| III | Iteration | 53 |
| 11 | Vektoriteration | 53 |
| 11.1 | Das Eigenwertproblem für Matrizen | 53 |
| 11.2 | Die Modalmatrix | 54 |
| 11.3 | Vektoriteration nach von Mises | 54 |

| | | |
|-----------|--|-----------|
| 11.4 | Inverse Iteration | 56 |
| 11.5 | Verbesserung einer Näherung | 58 |
| 11.6 | Aufgaben und Ergänzungen | 59 |
| 12 | Der LR-Algorithmus | 59 |
| 12.1 | Der Algorithmus von Rutishauser | 59 |
| 12.2 | Der Konvergenzbeweis | 60 |
| 12.3 | Betragsgleiche Eigenwertpaare | 62 |
| 12.4 | Aufgaben und Ergänzungen | 63 |
| 13 | Eindimensionale Iteration | 64 |
| 13.1 | Kontrahierende Abbildungen | 64 |
| 13.2 | Fehlerabschätzungen | 65 |
| 13.3 | Konvergenzgeschwindigkeit | 66 |
| 13.4 | Das Δ^2 -Verfahren von Aitken | 67 |
| 13.5 | Geometrische Konvergenzbeschleunigung | 68 |
| 13.6 | Nullstellen | 69 |
| 13.7 | Aufgaben und Ergänzungen | 70 |
| 14 | Mehrdimensionale Iteration | 71 |
| 14.1 | Kontrahierende Abbildungen | 71 |
| 14.2 | Konvergenzgeschwindigkeit | 72 |
| 14.3 | Konvergenzbeschleunigung | 72 |
| 14.4 | Nullstellen von Systemen | 73 |
| 14.5 | Aufgaben und Ergänzungen | 73 |
| 15 | Nullstellen von Polynomen | 74 |
| 15.1 | Das Horner-Schema | 74 |
| 15.2 | Das erweiterte Horner-Schema | 75 |
| 15.3 | Einfache Nullstellen | 76 |
| 15.4 | Das Verfahren von Bairstow | 77 |
| 15.5 | Das erweiterte Horner-Schema für quadratische Faktoren | 78 |
| 15.6 | Aufgaben und Ergänzungen | 79 |
| 16 | Das Verfahren von Bernoulli | 80 |
| 16.1 | Lineare Differenzgleichungen | 80 |
| 16.2 | Matrixschreibweise | 80 |
| 16.3 | Das Verfahren von Bernoulli | 81 |
| 16.4 | Inverse Iteration | 82 |
| 16.5 | Aufgaben und Ergänzungen | 82 |
| 17 | Das QD-Schema | 84 |
| 17.1 | Der LR-Algorithmus für tridiagonale Matrizen | 84 |
| 17.2 | Das QD-Schema für Polynome | 86 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 17.3 | Betragsgleiche Wurzelpaare | 87 |
| 17.4 | Aufgaben und Ergänzungen | 88 |
| IV | Interpolation und diskrete Approximation | 89 |
| 18 | Interpolation | 89 |
| 18.1 | Interpolationspolynome | 89 |
| 18.2 | Lagrange-Polynome | 90 |
| 18.3 | Lagrange-Interpolation | 91 |
| 18.4 | Newton-Interpolation | 93 |
| 18.5 | Mehrdimensionale Interpolation | 94 |
| 18.6 | Flächen von Coons und Gordon | 95 |
| 18.7 | Das Lemma von Aitken | 97 |
| 18.8 | Das Schema von Neville | 98 |
| 18.9 | Aufgaben und Ergänzungen | 100 |
| 19 | Diskrete Approximation | 100 |
| 19.1 | Die Talentwicklung | 100 |
| 19.2 | Das Stützpolynom | 101 |
| 19.3 | Tschebyscheff-Approximation | 103 |
| 19.4 | Tschebyscheff-Polynome | 104 |
| 19.5 | Die Minimumeigenschaft | 105 |
| 19.6 | Entwicklung nach Tschebyscheff-Polynomen | 106 |
| 19.7 | Das Ökonomisieren eines Polynoms | 107 |
| 19.8 | Die Methode der kleinsten Quadrate | 107 |
| 19.9 | Die Orthogonalität der Tschebyscheff-Polynome | 108 |
| 19.10 | Aufgaben und Ergänzungen | 109 |
| 20 | Bézierpolynome | 110 |
| 20.1 | Bernsteinpolynome | 110 |
| 20.2 | Bézier-Polynome | 111 |
| 20.3 | Die Konstruktion von Punkt und Tangente | 112 |
| 20.4 | Bézier-Flächen | 114 |
| 20.5 | Aufgaben und Ergänzungen | 115 |
| 21 | Splines und Subsplines | 116 |
| 21.1 | Bézier-Kurven | 116 |
| 21.2 | Differenzierbarkeitsbedingungen | 117 |
| 21.3 | Kubische Splines und Subsplines | 118 |
| 21.4 | Die Minimaleigenschaft | 120 |
| 21.5 | Aufgaben und Ergänzungen | 121 |

| | | |
|-----------|---|-----|
| V | Numerische Differentiation und Integration | 122 |
| 22 | Numerische Differentiation und Integration | 122 |
| 22.1 | Differentiation des Stützpolynoms | 122 |
| 22.2 | Fehlerabschätzung für die numerische Differentiation | 123 |
| 22.3 | Integration des Stützpolynoms | 124 |
| 22.4 | Summation | 126 |
| 22.5 | Fehlerabschätzung für die numerische Integration | 127 |
| 22.6 | Aufgaben und Ergänzungen | 128 |
| 23 | Extrapolation | 129 |
| 23.1 | Näherungsfolgen | 129 |
| 23.2 | Richardson-Extrapolation | 130 |
| 23.3 | Wiederholte Richardson-Extrapolation | 131 |
| 23.4 | Romberg-Integration | 132 |
| 23.5 | Aufgaben und Ergänzungen | 133 |
| 24 | Einschrittverfahren für Differentialgleichungen | 134 |
| 24.1 | Diskretisierung | 134 |
| 24.2 | Der Diskretisierungsfehler | 135 |
| 24.3 | Die Verfahren von Runge-Kutta | 137 |
| 24.4 | Paare von Runge-Kutta-Verfahren | 140 |
| 24.5 | Schrittweitensteuerung | 140 |
| 24.6 | Aufgaben und Ergänzungen | 142 |
| 25 | Lineare Mehrschrittverfahren für Differentialgleichungen | 143 |
| 25.1 | Diskretisierung | 143 |
| 25.2 | Die Konvergenz eines Mehrschrittverfahrens | 145 |
| 25.3 | Die Wurzelbedingung | 145 |
| 25.4 | Hinreichende Konvergenzbedingung | 146 |
| 25.5 | Die Anlaufrechnung | 148 |
| 25.6 | Prediktor-Korrektor-Verfahren | 149 |
| 25.7 | Die Schrittweitensteuerung | 150 |
| 25.8 | Vergleich von Einschritt- und Mehrschrittverfahren | 151 |
| 25.9 | Aufgaben und Ergänzungen | 151 |
| 26 | Die Methoden von Ritz und Galerkin | 152 |
| 26.1 | Das Prinzip der minimalen Energie | 152 |
| 26.2 | Die Methode von Ritz | 153 |
| 26.3 | Die Methode von Galerkin | 155 |
| 26.4 | Zusammenhang | 157 |
| 26.5 | Aufgaben und Ergänzungen | 157 |

| | | |
|-----------|---|-----|
| 27 | Die Methode der finiten Elemente | 158 |
| 27.1 | Finite Elemente | 158 |
| 27.2 | Univariate Splines | 159 |
| 27.3 | Bivariate Splines | 161 |
| 27.4 | Numerische Beispiele | 162 |
| 27.5 | Lokale Koordinaten | 168 |
| 27.6 | Aufgaben und Ergänzungen | 169 |
| 28 | Literatur-Hinweise | 170 |
| | Sachwortregister | 171 |