

# Inhaltsverzeichnis

Vorwort . . . . .	11
<b>1. Betrachtung des Mathematikunterrichts unter dem Gesichtspunkt des Bildungszieles . . . . .</b>	<b>13</b>
1.1 Mathematik und Bildungsziel . . . . .	13
1.2 Bildungsdimensionen und ihre Aufgabenfelder in der Mathematik . . . . .	14
1.2.1 Die kognitive Bildungsdimension . . . . .	14
1.2.2 Die instrumentale Bildungsdimension . . . . .	15
1.2.3 Die affektive Bildungsdimension . . . . .	16
<b>2. Grundpositionen eines bildungswirksamen Mathematikunterrichts . . . . .</b>	<b>18</b>
2.1 Psychologische Grundlegung . . . . .	18
2.2 Didaktische Folgerungen für den Mathematikunterricht . . . . .	19
2.2.1 Die operative Gesamtbehandlung . . . . .	19
2.2.2 Das Prinzip der operativen Übung . . . . .	22
2.2.3 Das Prinzip der Inversion . . . . .	23
2.2.4 Das Prinzip der Assoziativität . . . . .	25
2.2.5 Das Prinzip der mathematischen Variabilität . . . . .	30
2.2.6 Das Prinzip der Verbalisierung mathematischer Verhältnisse . . . . .	31
2.2.7 Das Prinzip der Veranschaulichung und der Abstraktion . . . . .	33
2.2.8 Zusammenfassung der Didaktik der operativen Methode . . . . .	34
<b>3. Gesichtspunkte für die Unterrichtsvorbereitung . . . . .</b>	<b>36</b>
3.1 Was soll der Schüler lernen? . . . . .	36
3.2 Warum soll der Schüler dies lernen? . . . . .	37
3.3 Welche Voraussetzungen können den Lernprozeß begünstigen? . . . . .	37
3.4 Lernzielformulierungen . . . . .	38
<b>4. Strukturelemente für die Planung des Mathematikunterrichts . . . . .</b>	<b>39</b>
4.1 Problemstufe . . . . .	39

4.1.1	Rechenaufgabe . . . . .	39
4.1.2	Gliederung der Handlung . . . . .	41
4.1.3	Veranschaulichung. . . . .	41
4.1.4	Formulierung und Fixierung der Rechenfragen . . . . .	42
4.2	Lösungsstufe . . . . .	43
4.2.1	Lösungsstrategien . . . . .	43
4.2.2	Erstellen einer logischen Anordnung . . . . .	44
4.2.3	Diskussion der Lösungsstrategien . . . . .	45
4.2.4	Schätzen oder Überschlagen. . . . .	45
4.2.5	Rechnerischer Vollzug . . . . .	46
4.3	Ergebnisstufe/Arbeitsrückschau . . . . .	48
4.3.1	Verbaler Nachvollzug . . . . .	48
4.3.2	Strukturvergleiche . . . . .	48
4.3.3	Rechenvorteile . . . . .	49
4.3.4	Inbeziehungsetzen der End- und Schätzergebnisse . . . . .	49
4.3.5	Zusammenstellen von Teilergebnissen . . . . .	49
4.4	Anwendungsstufe/Übungsstufe/Sachausweitung . . . . .	50
4.4.1	Kontrolle der Rechenarbeit . . . . .	50
4.4.2	Veränderung der Sachsituationen im Rahmen des operativen Komplexes . . . . .	50
4.4.3	Anschauliche Darstellung der Rechenergebnisse . . . . .	51
4.4.4	Erschließen mathematischer Strukturen und Darstellung in Formeln . . . . .	53
4.4.5	Zusammenfassung . . . . .	53
4.5	Kopfrechnen . . . . .	54
<b>5.</b>	<b>Die Bruchrechnung . . . . .</b>	<b>55</b>
5.1	Didaktische Überlegungen zum Bruchzahlverständnis . . . . .	55
5.2	Unterrichtsplanung: Das Achtel . . . . .	58
5.3	Additive Operationen im Bruchrechnen . . . . .	72
5.3.1	Didaktische Überlegungen . . . . .	72
5.3.1.1	Operationen innerhalb einer Bruchfamilie . . . . .	72
5.3.1.2	Einführen in das Erweitern und Kürzen – Finden des gemeinsamen Nenners . . . . .	73
5.3.1.3	Das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) und der größte gemeinsame Teiler (ggT). . . . .	79
5.3.1.4	Unterrichtsplanung: Wir ermitteln schwierige Hauptnenner . . . . .	81

5.4 Multiplikative Operationen im Bruchrechnen . . . . .	89
5.4.1 Ableitung der Gesetzmäßigkeiten von Operationen mit ganzen Zahlen . . . . .	90
5.4.2 Entdeckung des Vertauschungsgesetzes der Faktoren .	98
5.4.3 Unterrichtsplanung: Übung – Multiplikative Opera- tionen mit Brüchen und operative Übungen am Grafen	100
<b>6. Die Schlußrechnung . . . . .</b>	<b>107</b>
6.1 Das Wesen der Schlußrechnung . . . . .	107
6.2 Funktionales Denken und Schlußrechnen . . . . .	107
6.3 Didaktisch-methodische Hilfen zum Schlußrechnen . . . . .	109
6.3.1 Schlußformen . . . . .	109
6.3.2 Zeichnerische und grafische Darstellungsformen für Schlüsse des geraden Verhältnisses . . . . .	111
6.3.2.1 Zeichnerische Hilfen für den Zweisatz . . . . .	111
6.3.2.2 Zeichnerische Hilfen für den Dreisatz . . . . .	111
6.3.2.3 Didaktischer Aufbau der grafischen Dar- stellung . . . . .	111
6.3.2.4 Arbeit mit der Tabelle . . . . .	114
6.3.2.5 Unterrichtsplanung: Übung im Dreisatz- schluß . . . . .	115
6.3.3 Zeichnerische und grafische Darstellungsformen für Schlüsse des umgekehrten Verhältnisses . . . . .	120
6.3.3.1 Hilfen durch Anordnung des Zahlenmaterials	120
6.3.3.2 Zeichnerische Hilfen . . . . .	121
6.3.3.3 Grafische Darstellung . . . . .	123
6.3.3.4 Unterrichtsplanung: Übung zum umgekehr- ten Schluß . . . . .	125
<b>7. Das Prozentrechnen . . . . .</b>	<b>131</b>
7.1 Die Strukturen des Prozentrechnens . . . . .	131
7.2 Zeichnerische Hilfen für das Prozentrechnen . . . . .	136
7.3 Unterrichtsbeispiele für das Prozentrechnen . . . . .	139
7.3.1 Einführung in das Prozentrechnen . . . . .	139
7.3.2 Einführung in die grafische Lösung des Prozentrech- nens . . . . .	145
7.3.3 Die Übung im Prozentrechnen. . . . .	157

7.4 Zinsrechnen – Lösungswege zur Berechnung der einzelnen Grundgrößen . . . . .	161
<b>8. Bewegungsaufgaben . . . . .</b>	<b>166</b>
8.1 Simplex der Bewegungsaufgaben . . . . .	166
8.2 Beispiel einer Einholaufgabe . . . . .	170
8.3 Beispiel einer Begegnungsaufgabe . . . . .	173
8.3.1 Unterrichtsplanung: Arithmetische Lösung . . . . .	174
8.3.2 Operative Übungen an grafischen Darstellungen von Begegnungsaufgaben . . . . .	178
<b>9. Verhältnisse und Proportionen . . . . .</b>	<b>182</b>
9.1 Begriffsbestimmung: Verhältnis – Proportion . . . . .	182
9.2 Gesetzmäßigkeiten der Proportion oder der Verhältnisgleichung . . . . .	183
9.3 Didaktisch-methodische Anwendung der mathematischen Gesetzmäßigkeiten . . . . .	185
9.3.1 arithmetische Lösung . . . . .	186
9.3.2 grafische Lösung . . . . .	187
<b>10. Text- und Sachrechnen . . . . .</b>	<b>189</b>
10.1 Leistungsdispositionen für das Text- und Sachrechnen . . . . .	189
10.2 Didaktische Varianten zum Erwerb und zur Übung der Leistungsdispositionen . . . . .	191
10.2.1 Einsicht in Sachverhalte, -situationen, -beziehungen . . . . .	191
10.2.1.1 Dramatisieren des Vorfalles einer Aufgabe . . . . .	191
10.2.1.2 Aufschlüsseln von Sachbeziehungen . . . . .	193
10.2.1.3 Aufzeichnen von Sachbeziehungen . . . . .	195
10.2.1.4 Quantifizieren von Sachverhalten . . . . .	195
10.2.2 Die Transformation ins Mathematisch-Operative . . . . .	197
10.2.2.1 Verbalisierung . . . . .	197
10.2.2.2 Auswerten von Skizzen . . . . .	198
10.2.2.3 Anwendung des Simplexverfahrens . . . . .	199
10.2.2.4 Anwendung des Komplexverfahrens . . . . .	199
10.2.3 Übung des Größengefühls für eine überwachte Durchführung der Operationen . . . . .	201
10.2.4 Eigenständige Kontrolle der Rechenarbeit . . . . .	202

10.2.5	Unterrichtsplanung: Unterscheidung zwischen Text- und Sachrechnen . . . . .	202
<b>11.</b>	<b>Die Gleichungslehre . . . . .</b>	<b>207</b>
11.1	Begriffsbestimmungen . . . . .	207
11.2	Lösen von Bestimmungsgleichungen . . . . .	207
11.2.1	Ansetzen von Bestimmungsgleichungen . . . . .	207
11.2.2	Umformen von Gleichungen . . . . .	212
11.3	Unterrichtsplanung: Lösung einer Textaufgabe durch eine Gleichung . . . . .	216
<b>12.</b>	<b>Der Geometrieunterricht . . . . .</b>	<b>221</b>
12.1	Prinzipien eines operativen Geometrieunterrichts . . . . .	221
12.2	Didaktisch-methodische Strukturierung von Lehr- und Lernsequenzen . . . . .	223
12.3	Unterrichtsplanung: Die Berechnung der Fläche rechtwinkliger Dreiecke . . . . .	225
12.3.1	Didaktische Überlegungen . . . . .	225
12.3.2	Methodische Planung . . . . .	228
12.4	Unterrichtsplanung: Beweis des Pythagoräischen Lehrsatzes. . . . .	232
12.4.1	Didaktische Überlegungen . . . . .	232
12.4.2	Methodische Planung . . . . .	239
<b>13.</b>	<b>Nachwort . . . . .</b>	<b>244</b>
<b>14.</b>	<b>Literaturverzeichnis . . . . .</b>	<b>247</b>