

# Inhaltsverzeichnis

<b>1.</b>	<b>Abschätzungen für Matrixoperatoren</b> .....	<b>13</b>
1.0.	Einleitung .....	13
1.0.1.	Beschreibung der Resultate .....	13
1.0.2.	Skizzierung des Beweises des Hauptresultats .....	14
1.1.	Abschätzungen für Systeme gewöhnlicher Differentialoperatoren auf der Halbachse .....	23
1.1.1.	Einige Voraussetzungen und Bezeichnungen .....	23
1.1.2.	Transformation der grundlegenden Ungleichung .....	24
1.1.3.	Einfachste untere Schranke der Konstanten $\Lambda$ .....	25
1.1.4.	Über die Lösungen des Systems $\mathcal{P}_+ \left( \frac{1}{i} \frac{d}{dt} \right) I\varphi = 0$ .....	26
1.1.5.	Eigenschaften der Matrix $T(\tau)$ .....	29
1.1.6.	Integraldarstellung für $\dot{S} \left( \frac{1}{i} \frac{d}{dt} \right) \psi$ .....	32
1.1.7.	Eigenschaften der Matrix $G(\tau)$ .....	34
1.1.8.	Über ein quadratisches Funktional .....	37
1.1.9.	Notwendige und hinreichende Bedingungen für die Gültigkeit der Ungleichung (1.1) .....	38
1.1.10.	Über die Bedingung 4 des Theorems 1.1. ....	41
1.1.11.	Die Matrix $G(\tau)$ für Abschätzungen mit „großer“ Anzahl von Randoperatoren .....	44
1.1.12.	Explizite Darstellungen der Matrix $G(\tau)$ .....	46
1.1.13.	Abschätzungen für Vektorfunktionen, die homogenen Randbedingungen genügen .....	47
1.1.14.	Abschätzungen für Vektorfunktionen ohne Randbedingungen .....	47
1.2.	Abschätzungen im Halbraum. Notwendige und hinreichende Bedingungen. ....	49
1.2.1.	Grundlegende Voraussetzungen und Bezeichnungen .....	49
1.2.2.	Theoreme über notwendige und hinreichende Bedingungen für die Gültigkeit von Abschätzungen im Halbraum .....	51
1.2.3.	Die Matrix $G(\xi; \tau)$ und ihre Eigenschaften .....	53
1.2.4.	Der Fall eines Randoperators .....	56
1.2.5.	Der Fall, daß das Polynom $\mathcal{P}(\xi; \tau)$ nur Wurzeln in der Halbebene $\text{Im } \zeta \geq 0$ besitzt .....	57
1.2.6.	Abschätzungen vom Typ (2.1), (2.12), (2.13) in den Normen $\ \cdot\ _v$ und $\langle\langle \cdot \rangle\rangle_\mu$ . ....	57
1.2.7.	Der Fall, daß Glieder niedrigerer Ordnung keinen Einfluß haben .....	60
1.3.	Abschätzungen im Halbraum. Hinreichende Bedingungen .....	63
1.3.1.	Eine hinreichende Bedingung für die Gültigkeit der Abschätzung (3.1) ....	64
1.3.2.	Der Fall $\mathfrak{M}(\xi) = \mathcal{J}_+^{-1/2}(\xi)$ .....	66
1.3.3.	Der Fall der Diagonalmatrix $\mathfrak{M}(\xi)$ .....	70
1.3.4.	Hinreichende Bedingungen für die Gültigkeit der Abschätzung (3.21) .....	71
1.4.	Beispiele .....	73
1.4.1.	Verallgemeinert-homogene quasielliptische Systeme .....	73
1.4.2.	Das Lamésche System der statischen Elastizitätstheorie .....	76

1.4.3.	Das Cauchy-Riemannsches System .....	78
1.4.4.	Das stationäre linearisierte Navier-Stokessche System.....	80
1.4.5.	Hyperbolische Systeme .....	81
1.4.6.	Operatoren erster Ordnung bezüglich $t$ . Der skalare Fall.....	83
1.4.7.	Beispiel eines Operators zweiter Ordnung bezüglich $t$ .....	85
1.5.	Über korrekt gestellte Randwertaufgaben im Halbraum .....	86
1.6.	Literaturhinweise .....	91
<b>2.</b>	<b>Abschätzungen für Differentialoperatoren auf dem Rand</b> .....	<b>95</b>
2.0.	Einleitung .....	95
2.0.1.	Beschreibung der Ergebnisse .....	95
2.0.2.	Die Beweisidee des Hauptresultats .....	97
2.1.	Abschätzungen für gewöhnliche Differentialoperatoren auf der Halbachse .	100
2.1.1.	Ein Lemma über Polynome .....	101
2.1.2.	Ein Variationsproblem im endlichdimensionalen Raum.....	106
2.1.3.	Zurückführung der Abschätzung für gewöhnliche Differentialoperatoren auf der Halbachse auf eine Variationsaufgabe im endlichdimensionalen Raum .	109
2.1.4.	Zwei Eigenschaften der Matrix $\mathfrak{P}$ .....	112
2.1.5.	Abschätzungen ohne Randoperatoren auf der rechten Seite .....	114
2.1.6.	Notwendige und hinreichende Bedingungen für die Gültigkeit der Ungleichung (1.1) .....	115
2.1.7.	Die Abschätzung für Funktionen, die homogenen Randbedingungen genügen	117
2.2.	Abschätzungen im Halbraum. Notwendige und hinreichende Bedingungen.	120
2.2.1.	Theoreme über notwendige und hinreichende Bedingungen für die Gültigkeit von Abschätzungen im Halbraum .....	120
2.2.2.	Folgerungen .....	123
2.2.3.	Der Fall, daß Glieder niedrigerer Ordnung keine Rolle spielen .....	125
2.2.4.	Ein Beispiel für eine Abschätzung für Operatoren erster Ordnung in $t$ .....	127
2.3.	Die Beschreibung der Spurräume.....	129
2.3.1.	Vorbereitende Ergebnisse .....	129
2.3.2.	Einbettungs- und Fortsetzungssätze .....	132
2.3.3.	Über die Fortsetzung von Funktionen aus $\mathcal{H}(\mathbb{R}_+^n)$ auf $\mathcal{H}(\mathbb{R}^n)$ .....	136
2.4.	Literaturhinweise .....	138
<b>3.</b>	<b>Dominanz von Differentialoperatoren</b> .....	<b>139</b>
3.0.	Einleitung .....	139
3.0.1.	Darstellung der Ergebnisse .....	139
3.0.2.	Bemerkungen über die Beweismethode des grundlegenden Ergebnisses ....	141
3.1.	Abschätzungen für gewöhnliche Differentialoperatoren auf der Halbachse..	143
3.1.1.	Variationsprobleme im endlichdimensionalen Raum .....	143
3.1.2.	Eine einfachere Abschätzung nach unten für die Konstante $A$ .....	146
3.1.3.	Die Anwendung von Abschätzungen für gewöhnliche Differentialoperatoren auf der Halbachse auf Variationsprobleme im endlichdimensionalen Raum.	147
3.1.4.	Notwendige und hinreichende Bedingungen für die Ungleichungen (1.1) und (1.1') .....	150
3.1.5.	Ungleichungen für Funktionen ohne Randbedingungen .....	152
3.2.	Abschätzungen im Halbraum. Notwendige und hinreichende Bedingungen .	154
3.2.1.	Notwendige und hinreichende Bedingungen für die Gültigkeit der Abschätzungen (0.1), (0.2), (0.1') .....	154
3.2.2.	Über die minimale Anzahl und algebraische Eigenschaften der Randoperatoren; Formeln für $\beta_\alpha(\xi; \eta)$ .....	156
3.2.3.	Abschätzungen für Polynome in $\tau$ mit Wurzeln in der unteren komplexen Halbebene .....	158

3.3.	Beispiele .....	159
3.3.1.	Das Theorem von N. ARONSZAJN über notwendige und hinreichende Bedingungen für die Koerzivität eines Operatorensystems .....	159
3.3.2.	Der Fall $m = 1$ , $N = N(\xi)$ für die Theoreme 2.1, 2.2, 2.1' .....	160
3.3.3.	Beispiele von Abschätzungen für Operatoren erster Ordnung in $t$ .....	163
3.4.	Literaturhinweise .....	166
<b>4.</b>	<b>Abschätzungen für den maximalen Operator</b> .....	<b>168</b>
4.0.	Einleitung .....	168
4.1.	Vorbereitende Ergebnisse .....	170
4.1.1.	Ergebnisse bezüglich der Abschätzung (0.1) .....	170
4.1.2.	Ergebnisse bezüglich der Abschätzung (0.2) .....	173
4.2.	Quasielliptische Polynome .....	175
4.2.1.	Polynome mit verallgemeinert-homogenem Hauptteil .....	175
4.2.2.	Die Abschätzung (2.16) für quasielliptische Polynome vom Typ $l \geq 1$ .....	177
4.2.3.	Die Abschätzung (2.19) für quasielliptische Polynome vom Typ $l \geq 1$ .....	179
4.3.	Homogene Polynome mit einfachen Wurzeln .....	182
4.3.1.	Asymptotische Darstellungen der $\tau$ -Wurzeln des Polynoms $H_+(\xi; \tau)$ für $ \xi  \rightarrow \infty$ .....	182
4.3.2.	Notwendige und hinreichende Bedingungen für die Gültigkeit der Abschätzung (2.16) .....	184
4.3.3.	Notwendige und hinreichende Bedingungen für die Gültigkeit der Abschätzung (2.19) .....	186
4.4.	Einige Klassen inhomogener Polynome mit einfachen Wurzeln .....	189
4.4.1.	Eine Formel für die Funktion $\Lambda(\xi)$ .....	190
4.4.2.	Asymptotische Darstellungen der $\tau$ -Wurzeln $\zeta_j(\xi)$ des Polynoms $H_+(\xi; \tau)$ für $N \rightarrow \infty$ .....	190
4.4.3.	Eine asymptotische Darstellung der Funktion $\Lambda(\xi)$ bei $N \rightarrow \infty$ für Polynome $P$ mit reellen $\tau$ -Wurzeln .....	192
4.4.4.	Notwendige und hinreichende Bedingungen für die Gültigkeit der Abschätzungen (0.1), (0.2) für ein Polynom $P$ mit reellen $\tau$ -Wurzeln .....	194
4.4.5.	Eine asymptotische Darstellung der Funktion $\Lambda(\xi)$ bei $N \rightarrow \infty$ für ein Polynom $P$ , dessen $\tau$ -Wurzeln in der Halbebene $\text{Im } \zeta < 0$ liegen .....	195
4.4.6.	Notwendige und hinreichende Bedingungen für die Gültigkeit der Abschätzungen (0.1), (0.2) für ein Polynom $P$ , dessen $\tau$ -Wurzeln in der Halbebene $\text{Im } \zeta < 0$ liegen .....	197
4.4.7.	Eine asymptotische Darstellung der Funktion $\Lambda(\xi)$ bei $N \rightarrow \infty$ für ein Polynom $P$ , dessen $\tau$ -Wurzeln in der Halbebene $\text{Im } \zeta > 0$ liegen .....	197
4.4.8.	Notwendige und hinreichende Bedingungen für die Gültigkeit der Abschätzungen (0.1), (0.2) für ein Polynom $P$ , dessen $\tau$ -Wurzeln in der Halbebene $\text{Im } \zeta > 0$ liegen .....	198
4.5.	Polynome zweiten Grades in $\tau$ .....	200
4.5.1.	Vorbereitende Ergebnisse .....	200
4.5.2.	Der Fall $p_1(\xi) \equiv 0$ .....	201
4.5.3.	Der Fall $\text{Im } p_k(\xi) \equiv 0$ ( $k = 0, 1, 2$ ) .....	203
4.5.4.	Die Abschätzung (2.16) für den Fall $\text{Re } p_1(\xi) \equiv 0$ , $\text{Im } p_k(\xi) \equiv 0$ ( $k = 0, 2$ ) .....	205
4.6.	Über den Spurraum von Funktionen aus dem Definitionsbereich des maximalen Operators .....	207
4.6.1.	Der maximale Operator als Abschließung seiner Einschränkung auf die Menge der unendlich oft bis an den Rand differenzierbaren Funktionen ...	208
4.6.2.	Die Beschreibung des Spurraumes .....	210
4.7.	Literaturhinweise .....	213
<b>Bezeichnungen</b>	.....	<b>214</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	.....	<b>216</b>
<b>Namen- und Sachverzeichnis</b>	.....	<b>219</b>