

Dipl.-Ing. Markus Wösle, Baden-Baden

**Dynamik von räumlichen  
strukturvarianten  
Starrkörpersystemen**

Reihe **18**: Mechanik/  
Bruchmechanik

Nr. **213**

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Problemstellung . . . . .	3
1.2	Literaturüberblick . . . . .	5
1.2.1	Phänomene in der Dynamik . . . . .	6
1.2.2	Mathematische Formulierung . . . . .	7
1.2.3	Kontaktgesetze . . . . .	9
1.2.4	Stoßgesetze . . . . .	10
1.2.5	Numerische Implementierung . . . . .	13
1.2.6	Anwendungen . . . . .	15
1.3	Ziel und Aufbau der Arbeit . . . . .	16
<b>2</b>	<b>Kinematik</b>	<b>19</b>
2.1	Indexmengen . . . . .	20
2.2	Kontaktkinematik . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Kinetik von Starrkörpern mit einseitigen Bindungen</b>	<b>24</b>
3.1	Bewegungsgleichungen . . . . .	26
3.2	Kinematische Nebenbedingungen . . . . .	30
<b>4</b>	<b>Kontakt- und Reibgesetz</b>	<b>33</b>
4.1	Kontaktgesetz für Normalbindungen . . . . .	34
4.2	Reibgesetz für Tangentialbindungen . . . . .	39
4.3	Bemerkungen zum Reibgesetz . . . . .	45
4.4	Kontakt- und Reibgesetz als Minimalprinzip . . . . .	47

<b>5</b>	<b>Mathematische Formulierung und Lösung des Kontaktproblems</b>	<b>51</b>
5.1	Linearisierung des Reibkegels . . . . .	51
5.1.1	Komplementäre Bedingungen für unabhängige Bindungen . .	52
5.1.2	Lineares Komplementaritätsproblem für unabhängige Bindungen . . . . .	58
5.1.3	Komplementäre Bedingungen für abhängige Bindungen . . . .	61
5.1.4	Lineares Komplementaritätsproblem für abhängige Bindungen	64
5.1.4.1	Nicht-Standardform . . . . .	69
5.1.4.2	Standardform . . . . .	73
5.2	Nichtlineares Komplementaritätsproblem . . . . .	76
5.2.1	Reibgesetz als komplementäre Bedingungen . . . . .	77
5.2.2	Transformation der komplementären Bedingungen . . . . .	80
5.2.3	Kontaktproblem als nichtlineares Gleichungssystem . . . . .	80
5.2.4	Lösung des Kontaktproblems . . . . .	81
5.3	Verbesserte Methode der Lagrange-Multiplikatoren . . . . .	87
5.3.1	Kontaktgesetz für Normalbindungen . . . . .	87
5.3.2	Reibgesetz für Tangentialbindungen . . . . .	89
5.3.3	Mathematische Formulierung des Kontaktproblems . . . . .	92
5.3.4	Lösung des Kontaktproblems . . . . .	93
5.3.4.1	Einfache Iteration . . . . .	93
5.3.4.2	Simultane Iteration . . . . .	96
5.4	Abschließende Bewertung der Lösungsverfahren . . . . .	100
<b>6</b>	<b>Numerische Implementierung</b>	<b>103</b>
6.1	Schaltpunktsuche . . . . .	103
6.2	Bestimmung der Systemstruktur . . . . .	107
6.3	Numerische Integration . . . . .	108
6.4	Existenz und Eindeutigkeit der Lösung . . . . .	111

<b>7</b>	<b>Anwendung der Theorie</b>	<b>113</b>
7.1	Mechanisches Modell . . . . .	113
7.2	Kontaktkinematik . . . . .	116
7.3	Bewegungsdifferentialgleichungen . . . . .	121
7.4	Ergebnisse und Vergleich mit Messungen . . . . .	122
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>126</b>
<b>A</b>	<b>Definitionen und Sätze</b>	<b>129</b>
A.1	Elementare Mathematik . . . . .	129
A.2	Vektoralgebra . . . . .	132
A.3	Konvexe Analysis . . . . .	133
A.3.1	Konvexe Mengen . . . . .	133
A.3.2	Konvexe Funktionen . . . . .	134
A.3.3	Subgradient und Subdifferential . . . . .	135
A.3.4	Duale Operationen . . . . .	137
A.3.5	Minimum konvexer Funktionen . . . . .	137
A.3.6	Komplementaritätsproblem . . . . .	139
<b>B</b>	<b>Daten für Anwendungsbeispiel</b>	<b>143</b>
B.1	Modellparameter . . . . .	143
B.2	Anfangsbedingungen . . . . .	144
<b>C</b>	<b>Literatur</b>	<b>145</b>