

Dipl.-Ing. Frank Reuter, Kassel

**Zur modalen Theorie peri-
odisch zeitvarianter Systeme
und ihrer experimentellen
Umsetzung auf rotierende
scheibenförmige Strukturen**

Reihe **11**: Schwingungstechnik

Nr. **241**

Inhaltsverzeichnis

Bezeichnungen und mathematische Symbole	VIII
1 Einführung	1
1.1 Einleitung und Problemstellung	1
1.2 Stand der Entwicklung	3
1.2.1 Modale Analyse rotierender Systeme mit konstanten Matrizen . . .	3
1.2.2 Modale Analyse rotierender Systeme mit zeitabhängigen Matrizen .	4
1.3 Ziel der Arbeit	5
2 Modale Theorie elastischer Systeme	7
2.1 Systeme mit konstanten Matrizen	7
2.1.1 Bewegungsgleichung	7
2.1.2 Homogene Lösung und modale Parameter	7
2.1.3 Partikuläre Lösung und Frequenzgang	11
2.2 Systeme mit periodisch zeitvarianten Matrizen	15
2.2.1 Bewegungsgleichungen	15
2.2.2 Transformation von Bewegungsgleichungen und Systemmatrizen . .	17
2.2.3 Homogene Lösung und modale Parameter	19
2.2.3.1 Lösung mit dem Verfahren von <i>Hill</i>	19
2.2.3.2 Lösung durch Transformation der Verschiebungen	25
2.2.4 Partikuläre Lösung und Frequenzgänge	27
2.2.4.1 Lösung mit dem Verfahren von <i>Hill</i>	27
2.2.4.2 Lösung durch Transformation der Verschiebungen	33
2.3 Beispiele aus der Rotordynamik	36
2.3.1 <i>Laval</i> -Rotor in starren Lagern	36
2.3.2 <i>Laval</i> -Rotor in elastischen Lagern	38
2.3.3 <i>Laval</i> -Rotor mit innerer Dämpfung	39
2.3.4 Unrunde Welle	40
3 Modale Beschreibung rotierender scheibenförmiger Strukturen mit periodisch zeitvarianten Matrizen	42
3.1 Eigenformen	42
3.1.1 Elastischer Eigenformanteil	45
3.1.2 Gyroskopischer Eigenformanteil (Starrkörperanteil)	49
3.1.3 Kopplung des elastischen und gyroskopischen Eigenformanteils . . .	60
3.2 Freie Schwingungen	67
3.2.1 Stationäres Koordinatensystem	67
3.2.2 Rotierendes Koordinatensystem	69
3.2.3 Transformationsbeziehungen der modalen Parameter	72
3.2.4 Kritische Drehzahlen	74
3.3 Erzwungene Schwingungen	78
3.3.1 Stationäres Koordinatensystem	78

3.3.2	Rotierendes Koordinatensystem	85
3.3.3	Umskalierung der Frequenzgänge	87
3.3.4	Frequenzgänge bei kritischer Drehzahl	91
4	Identifikation modaler Parameter rotierender scheibenförmiger Strukturen mit periodisch zeitvarianten Matrizen	93
4.1	Identifikation aus freien Schwingungen	93
4.2	Identifikation aus Frequenzgängen	93
4.2.1	Identifikation von Eigenwerten und Zählertermen	93
4.2.2	Identifikation elastischer Eigenformanteile aus den Zählertermen . .	94
4.2.3	Identifikation gyroskopischer und elastisch-gyroskopischer Eigenformanteile aus den Zählertermen	97
4.2.4	Zusammenbau der periodisch zeitvarianten Eigenformen	99
5	Sonderfall: Rotierende, schwach verstimmte Kreisscheiben	101
5.1	Eigenformen	101
5.2	Freie Schwingungen	103
5.2.1	Stationäres Koordinatensystem	103
5.2.2	Rotierendes Koordinatensystem	105
5.2.3	Transformationsbeziehungen der modalen Parameter	106
5.2.4	Kritische Drehzahlen	107
5.3	Erzwungene Schwingungen	108
5.3.1	Stationäres Koordinatensystem	108
5.3.2	Rotierendes Koordinatensystem	113
5.3.3	Umskalierung der Frequenzgänge	114
5.3.4	Frequenzgänge bei kritischer Drehzahl	114
5.4	Identifikation modaler Parameter aus Frequenzgängen	115
6	Versuchstechnik	117
6.1	Messung der Frequenzgänge rotierender Strukturen und Versuchsablauf . .	117
6.2	Algorithmen zur Aufbereitung und Weiterverarbeitung der Meßdaten . . .	120
6.2.1	Anpassung harmonischer Funktionen an gemessene Signale	120
6.2.2	Herausrechnen von Oberflächenunebenheiten	122
6.2.3	Korrektur von Filterfehlern gemessener Signale	122
7	Experimentelle Ergebnisse	124
7.1	Schwach verstimmte, elastische Kreisscheibe mit starrer Welle und starren Lagern	124
7.2	Schwach verstimmte, elastische Kreisscheibe mit isotrop-elastischer Welle und starren Lagern	128
7.3	Schwach verstimmte, elastische Kreisscheibe mit isotrop-elastischer Welle und anisotrop-elastischer Lagerung	133
7.4	Anisotrop-elastische Kreisscheibe mit isotrop-elastischer Welle und starren Lagern	138

VII

7.5 Radial-Verdichterlaufrad	144
8 Schlußfolgerungen	150
8.1 Zusammenfassung	150
8.2 Ausblick	151
Anhang A	152
Anhang B	154
Anhang C	157
Literatur	160