

Dipl.-Ing. Rudolf Holtbecker, Nänikon

**Untersuchung physikalischer
und numerischer Modelle
für inhomogene Zweipha-
senströmungen**

Reihe **7**: Strömungstechnik

Nr. **289**

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis	IX
I Einleitung	1
II Einführung in die Zweiphasenströmungen	3
1 Zweiphasenströmungen in technischen Anlagen	3
2 Strömungsformen in Zweiphasenströmungen	4
3 Die Austauschvorgänge zwischen den Phasen	4
III Mathematische Beschreibung von Zweiphasenströmungen	7
1 Aufstellen eines allgemeinen Gleichungssystems für Zweiphasenströmungen	7
1.1 Auswahl der räumlichen Auflösung der Strömung	7
1.1.1 Das Mittelwertvolumen V_m	7
1.1.2 Qualitative Auswahl der Größe von V_m	8
1.1.3 Quantitative Auswahl der Größe von V_m	9
1.2 Die Erhaltungsgleichungen für Mehrphasenströmungen	11
1.2.1 Das Vorgehen	11
1.2.2 Die Erhaltungsgleichungen für Einphasenströmungen	11
1.2.3 Aufstellung der Gleichungen für Mehrphasenströmungen	11
1.3 Reduktion auf das Zwei-Fluid-Modell der Zweiphasenströmung	18
1.3.1 Die allgemeine Form	18
1.3.2 Umformung der Austauschterme	19
1.3.3 Die Arbeitsform des Zwei-Fluid-Modells	22
2 Schließen des Gleichungssystems	23
2.1 Die zusätzlich notwendigen Beziehungen im Gleichungssystem	23
2.2 Klassifizierung des Gleichungssystems und des physikalischen Problems	23
2.3 Das nicht sachgemäßformulierte Gleichungssystem	24
2.4 Bekannte Ansätze zu hyperbolischen Gleichungssystemen	25
2.4.1 Vorgehensweisen bei der Formulierung von Zusatztermen	25

2.4.2	Zusatzterme für spezifische Strömungsformen	26
2.4.3	Zusatzterme für allgemeine Zweiphasenströmungen	30
2.4.4	Beurteilung	37
2.5	Aufstellung der Zusatzterme mit Hilfe der Potentialtheorie	38
2.5.1	Einleitung	38
2.5.2	Auswahl der zu berücksichtigenden physikalischen Vorgänge .	38
2.5.3	Ergebnisse aus der klassischen Potentialtheorie für kleine Vo- lumenanteile einer Phase	39
2.5.4	Abschätzung der Form der Zusatzterme bei einem höheren Volumenanteil der Blasen	42
2.5.5	Endbetrachtungen	52
2.6	Aufstellung von Zusatztermen über das erweiterte Hamiltonsche Prinzip	52
2.6.1	Das Hamiltonsche Prinzip	53
2.6.2	Herleitung der Impulsgleichung für die Einphasenströmungen .	55
2.6.3	Herleitung der Impulsgleichung für Zweiphasenströmungen . .	58
2.6.4	Bemerkungen	62
2.7	Auswahl eines Gleichungssystems für die Entwicklung eines numeri- schen Verfahrens	63
2.8	Das hyperbolische Zwei-Fluid-Modell	63

IV Numerische Modelle für die Berechnung von hyperbolischen Gleichungssystemen **69**

1	Voruntersuchungen zur Auswahl eines numerischen Verfahrens	69
1.1	Forderungen an das numerische Verfahren	69
1.2	Heutiger Stand der Entwicklung	69
1.2.1	Historische Entwicklung von numerischen Verfahren für Zwei- phasenströmungen	69
1.2.2	Behandlung der unterschiedlichen physikalischen Zeitkonstanten	70
1.2.3	Beschreibung der bisher eingesetzten Verfahren	71
1.3	Vergleich von numerischen Verfahren mit unterschiedlicher Genauigkeit	74
1.3.1	Ein Beispiel - die lineare Wellengleichung	74
1.3.2	Die numerischen Verfahren	74
1.3.3	Ergebnisse	75
1.4	Untersuchung prinzipieller Berechnungsmöglichkeiten für Zweiphasen- strömungen	78
1.4.1	Berechnung mit Verfahren aus der Hydrodynamik	78
1.4.2	Berechnung von Zweiphasenströmungen mit Hilfe vorhandener Algorithmen für Einphasenströmungen	85
1.4.3	Berechnung mit Verfahren aus der Gasdynamik	89

1.5	Auswahl des zu entwickelnden Verfahrens	94
2	Entwicklung eines numerischen Verfahrens für die Berechnung beliebiger hyperbolischer Gleichungssysteme ohne Quellterme	95
2.1	Entwicklung eines expliziten Charakteristikenverfahrens in einer festen Zeit-Raum-Diskretisierung	95
2.1.1	Die Grundform des Verfahrens	95
2.1.2	Verbesserung der Erhaltungseigenschaft	97
2.1.3	Verbesserung der Auflösung unter Beibehaltung der Monotonie	101
2.1.4	Konsistenz, Genauigkeit, Stabilität und Konvergenz	107
2.1.5	Rechenbeispiele für die Eulergleichungen	109
2.1.6	Vorgehen bei der Berechnung von nichtkonservativen Gleichungssystemen	111
2.2	Erweiterung des expliziten zu einem (halb-)impliziten Verfahren . . .	114
2.2.1	Aufteilung in schnelle und langsame Vorgänge	114
2.2.2	Implizite Upwind-Verfahren	114
2.3	Numerische Behandlung der Randbedingungen	118
2.3.1	(Halb-)implizite Berechnung des Stoßwellenrohrs	120
2.4	Endbetrachtung	123
3	Entwicklung eines konservativen expliziten Verfahrens für das hyperbolische Zwei-Fluid-Modell ohne Quellterme	126
3.1	Das Ziel	126
3.2	Die Vorgehensweise bei einer konservativen Gleichung	126
3.3	Numerische Behandlung des konservativen Anteils	127
3.4	Numerische Behandlung des nichtkonservativen Anteils	132
3.5	Bemerkungen zu dem Verfahren	133
4	Numerische Behandlung der Quellterme in Zweiphasenströmungen	133
4.1	Die Quellterme in Zweiphasenströmungen	133
4.2	Die charakteristischen Zeiten der Austauschvorgänge zwischen den Phasen	134
4.2.1	Definition der charakteristischen Zeiten τ	134
4.2.2	Analyse der Austauschvorgänge	135
4.2.3	Werte für einen konkreten Strömungszustand	138
4.3	Auswahl eines numerischen Verfahrens	140
4.3.1	Theoretische Analyse von expliziten, Crank-Nicholson und impliziten Verfahren	140
4.3.2	Berechnung eines Verdampfungsvorganges mit expliziten, Crank-Nicholson und voll impliziten Verfahren	141
4.3.3	Folgerungen aus den Ergebnissen	142

5	Numerische Behandlung des kompletten Gleichungssystems	145
5.1	Getrennte und gekoppelte Behandlung der Einzelteile des Gleichungssystems	145
5.2	Eigenschaften der einzelnen Vorgehensweisen	146
V	Rechenergebnisse für Zweiphasenströmungen	147
1	Die Test-Beispiele	147
1.1	Das Zweiphasen-Stoßwellenrohr	147
1.2	Das Edwardsrohr	147
1.3	Der halbgefüllte Behälter	148
2	Berechnung mit dem allgemeinen Verfahren (Kapitel IV.2)	149
2.1	Ergebnisse	149
2.2	Diskussion der Ergebnisse	153
3	Berechnung mit dem konservativen Verfahren (Kapitel IV.3)	156
3.1	Ergebnis	156
3.2	Bemerkungen	158
VI	Ausblick	159
VII	Zusammenfassung	161
	Anhang	163
A	Die numerischen Verfahren SIMPLE, ICE und PISO	163
B	Verwendete Gleichungen und Matrizen	167
	Literaturverzeichnis	174