

# Inhalt

Einleitung (G. Kropp) . . . . .	11
---------------------------------	----

## I. Teil: Infinitrechnung

<b>1. Grenzwerte (G. Kropp)</b>	
<b>1.1 Häufungswerte</b> . . . . .	13
1.11 Das Unendliche, 1.12 Reelle Zahlen, 1.13 Die Zahlenfolge, 1.14 Häufungswert (Häufungspunkt), 1.15 Grenzwert, 1.16 Methodisches, 1.17 Übungen	
<b>1.2 Konvergenz und Divergenz</b> . . . . .	16
1.21 Nullfolgen, 1.22 Intervallschachtelungen, 1.23 Konvergente Folgen, 1.24 Divergente Folgen, 1.25 Grenzwertsätze, 1.26 Methodisches, 1.27 Übungen, 1.28 Literatur	
<b>2. Funktionen und ihre Stetigkeit (G. Kropp)</b>	
<b>2.1 Der Funktionsbegriff</b> . . . . .	20
2.11 Definition, 2.12 Einteilung wichtiger Funktionen, 2.13 Darstellung von Funktionen, 2.14 Funktion und Relation	
<b>2.2 Grenzwerte bei Funktionen</b> . . . . .	24
2.21 Erklärungen, 2.22 Asymptoten und asymptotische Annäherung, 2.23 Übungen	
<b>2.3 Stetigkeit von Funktionen</b> . . . . .	26
2.31 Stetige Funktionen, 2.32 Unstetigkeiten, 2.33 Methodisches, 2.34 Übungen, 2.35 Literatur	
<b>3. Ableitung und Differentialquotient (G. Kropp)</b>	
<b>3.1 Der Begriff der Ableitung einer Funktion</b> . . . . .	29
3.11 Definition, 3.12 Geometrische Deutung, 3.13 Physikalische Erklärung, 3.14 Methodisches und Historisches, 3.15 Historische Literatur	
<b>3.2 Grundregeln des Ableitens</b> . . . . .	32
3.21 Grundfunktionen, 3.22 Allgemeine Ableitungsregeln, 3.23 Höhere Ableitungen, 3.24 Kehrfunktionen, 3.25 Methodisches, 3.26 Übungen	
<b>3.3 Das Differential</b> . . . . .	36
3.31 Vorbemerkung, 3.32 Definition, 3.33 Rechenregeln, 3.34 Fehlerrechnung, 3.35 Übungen	
<b>3.4 Weitere Verfahren und Hauptsätze</b> . . . . .	39
3.41 Der Mittelwertsatz, 3.42 Die Kettenregel, 3.43 Parameterdarstellung, Polarkoordinaten, 3.44 Kurvenuntersuchungen, 3.45 Die Krümmung ebener Kurven, 3.46 Evoluten, Evolventen, Enveloppen, 3.47 Methodisches, 3.48 Übungen, 3.49 Literatur	
<b>4. Die wichtigsten elementaren Funktionen (G. Kropp)</b>	
<b>4.1 Algebraische Funktionen</b> . . . . .	47
4.11 Polynome 1. und 2. Grades, 4.12 Polynome höheren Grades, 4.13 Näherungsverfahren, 4.14 Gebrochene rationale Funktionen, 4.15 Weitere algebraische Funktionen, 4.16 Übungen	
<b>4.2 Transzendente Funktionen</b> . . . . .	53
4.21 Kreisfunktionen, 4.22 Arcusfunktionen, 4.23 Exponentenfunktionen, 4.24 Logarithmusfunktionen, 4.25 Hyperbelfunktionen, 4.26 Areafunktionen, 4.27 Übungen, 4.28 Literatur	
<b>5. Grundbegriffe und Hauptsätze der Integralrechnung (G. Kropp)</b>	
<b>5.1 Der Integralbegriff</b> . . . . .	61
5.11 Historische Voraussetzungen, 5.12 Numerische Integration, 5.13 Das Riemann-Integral, 5.14. Haupteigenschaften bestimmter Integrale	
<b>5.2 Bestimmtes und unbestimmtes Integral</b> . . . . .	65
5.21 Das Integral als Funktion der oberen Grenze, 5.22 Stammfunktion (Integralfunktion) und unbestimmtes Integral, 5.23 Der Hauptsatz der Integralrechnung, 5.24 Graphische Integration, 5.25 Methodisches, 5.26 Literatur	
<b>6. Integrationsmethoden und Anwendungen (G. Kropp)</b>	
<b>6.1 Integrationsmethoden</b> . . . . .	70
6.11 Grundintegrale, 6.12 Integrationsregeln, 6.13 Partialbruchzerlegung, 6.14 Methodisches, 6.15 Übungen	

<b>6.2 Anwendungen der Integralrechnung</b> . . . . .	74
6.21 Flächeninhalte, 6.22 Bogenlängen ebener Kurven, 6.23 Rauminhalte von Drehkörpern, 6.24 Mantelflächen von Drehkörpern, 6.25 Schwerpunkte, 6.26 Trägheitsmomente, 6.27 Übungen, 6.28 Literatur	
<b>7. Ergänzungen zur Integralrechnung (G. Kropp)</b>	
<b>7.1 Besondere Integrale</b> . . . . .	79
7.11 Uneigentliche Integrale, 7.12 Kurvenintegrale, 7.13 Stieltjes-Integrale, 7.14 Übungen	
<b>7.2 Weiterführungen der Integralrechnung</b> . . . . .	84
7.21 Definitionen durch Integrale, 7.22 Integration durch Reihen, 7.23 Differentialgleichungen, 7.24 Literatur	
<b>8. Zur Geschichte der Infinitrechnung (Ilse Neß und W. Neß)</b>	
<b>8.1 Wurzeln des Infinitgedankens im Altertum</b> . . . . .	87
8.11 Das Irrationale, 8.12 Die Proportionenlehre, 8.13 Das Exhaustionsverfahren, 8.14 Die Indivisibeln	
<b>8.2 Archimedes</b> . . . . .	88
8.21 Archimedes' mechanische Methode, 8.22 Die Leistung des Archimedes	
<b>8.3 Fortführung geometrischer Verfahren im 16./17. Jahrhundert</b> . . . . .	90
8.31 Kepler, 8.32 Galilei, 8.33 Cavalieri, 8.34 Torricelli, 8.35 Pascal, 8.36 Lalouvière	
<b>8.4 Einführung algebraischer Methoden</b> . . . . .	91
8.41 Descartes, 8.42 Wallis, 8.43 Fermat, 8.44 Huygens, 8.45 Gregory, 8.46 Barrow, 8.47 Newton, 8.48 Leibniz, 8.49 Der Prioritätstreit	
<b>8.5 Die stoffliche Ausgestaltung im 18./19. Jahrhundert</b> . . . . .	94
8.51 Die Brüder Bernoulli, 8.52 Euler	
<b>8.6 Der Weg zur Strenge</b> . . . . .	95
8.61 Lagrange, 8.62 Cauchy, 8.63 Dirichlet und Weierstraß, 8.64 Riemann, 8.65 Dede- kind	
<b>8.7 Literatur</b> . . . . .	97
<b>9. Folgen und Reihen mit konstanten Gliedern (Ilse Neß und W. Neß)</b>	
<b>9.1 Folgen</b> . . . . .	97
9.11 Definitionen und Beispiele, 9.12 Allgemeine Sätze, 9.13 Übungen	
<b>9.2 Reihen mit konstanten Gliedern</b> . . . . .	100
9.21 Definitionen und Beispiele, 9.22 Allgemeine Sätze	
<b>9.3 Reihen mit nur positiven Gliedern</b> . . . . .	101
9.31 Der Hauptsatz, 9.32 Das Majoranten- und Minorantenkriterium, 9.33 Das Quotienten- und das Wurzelkriterium. 9.34 Zur Wirksamkeit der beiden Kriterien. 9.35 Integalkriterium von Cauchy, 9.36 Die Euler-Konstante, 9.37 Übungen	
<b>9.4 Reihen mit positiven und negativen Gliedern</b> . . . . .	106
9.41 Satz von Leibniz, 9.42 Absolute Konvergenz, 9.43 Beispiel für eine Umordnung einer Reihe, 9.44 Bedingte Konvergenz, 9.45 Der Umordnungssatz von Riemann	
<b>9.5 Produkte von unendlichen Reihen</b> . . . . .	109
9.51 Satz von Cauchy, 9.52 Eine nicht erlaubte formale Multiplikation, 9.53 Eine Anwendung auf die Zahlentheorie, 9.54 Übungen	
<b>10. Potenzreihen (Ilse Neß und W. Neß)</b>	
<b>10.1 Erste Eigenschaften</b> . . . . .	112
10.11 Definition und Beispiele, 10.12 Konvergenzbereich, 10.13 Stetigkeit, Differenzierbarkeit und Integrierbarkeit, 10.14 Abelscher Stetigkeitssatz, 10.15 Der Eindeutigkeitssatz	
<b>10.2 Reihenentwicklungen</b> . . . . .	116
10.21 Die Koeffizienten, 10.22 Eine nicht entwickelbare Funktion, 10.23 Taylor-Formel, Taylor- und Maclaurin-Reihe, 10.24 Formen des Restgliedes, 10.25 Übungen	
<b>10.3 Einige besondere Funktionen</b> . . . . .	119
10.31 $e^x$ , 10.32 $\sin x$ und $\cos x$ , 10.33 Logarithmus, 10.34 $\arctan x$ , 10.35 Praktische Berechnung von $\pi$ , 10.36 Die binomische Reihe, 10.37 Übungen	
<b>10.4 Literatur</b> . . . . .	130

## II. Teil: Anwendungen

<b>1. Punktmechanik (J. Blume)</b>	
<b>1.1 Geradlinige Bewegung eines Massenpunktes</b> . . . . .	131
1.11 Grundlegung, 1.12 Kräftefreie Bewegung, 1.13 Konstante Beschleunigung, 1.14 Einfluß einer Zentralkraft	
<b>1.2 Ebene Bewegung eines Massenpunktes</b> . . . . .	134
1.21 Schiefer Wurf, 1.22 Gleichmäßige Kreisbewegung	
<b>1.3 Energiesatz</b> . . . . .	135
1.31 Freier Fall, 1.32 Schiefer Wurf, 1.33 Lineare harmonische Schwingung und gleichmäßige Kreisbewegung, 1.34 Das Kräftepotential, 1.35 Geschichtliche Bemerkungen, 1.36 Übungen	
<b>2. Wellen (J. Blume)</b>	
<b>2.1 Harmonische Wellen</b> . . . . .	138
2.11 Linearer Fall, 2.12 Ebene und räumliche Wellen, 2.13 Eigenschaften	
<b>2.2 Wellenmechanik</b> . . . . .	141
2.21 Elementare Wellenmechanik für gleichförmige Bewegung, 2.22 Die Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelationen, 2.23 Geschichtliche Bemerkungen, 2.24 Übungen	
<b>3. Elektrizität und Magnetismus (J. Blume)</b>	
<b>3.1 Grunderfahrungen und -begriffe</b> . . . . .	145
3.11 Ampère, Volt, 3.12 Ohmsches Gesetz und Widerstand, 3.13 Arbeit und Leistung, 3.14 Zeitintegrale	
<b>3.2 Plattenkondensator</b> . . . . .	146
3.21 Ladung und Feldstärke, 3.22 Feldenergie	
<b>3.3 Spulen</b> . . . . .	148
3.31 Magnetische Feldstärke, 3.32 Vektor der elektromagnetischen Induktion, 3.33 Fremd- und Selbstinduktion, 3.34 Elektromagnetische Feldenergie	
<b>3.4 Verknüpfung elektrischer und magnetischer Felder</b> . . . . .	152
3.41 Elektrische harmonische Schwingungen, 3.42 Erste Maxwell-Gleichung, 3.43 Zweite Maxwell-Gleichung	
<b>3.5 Ergänzungen</b> . . . . .	153
3.51 Die elektrische Induktion durch Relativbewegung, 3.52 Mechanische Kräfte beim Bewegen eines Leiterstückes im Magnetfeld, 3.53 Geschichtliche Bemerkungen, 3.54 Übungen, 3.55 Literatur (zu den Hauptkapiteln 1 bis 3)	
<b>4. Satelliten und Raketen (R. Wolff)</b>	
<b>4.1 Satellitenbahnen in astrozentrischen Koordinaten</b> . . . . .	156
4.11 Definition, 4.12 Ursache der periodischen Positionsänderung, 4.13 Planarität der Satellitenbahn, 4.14 Keplers Flächensatz, 4.15 Entfernungsabhängigkeit der Bahngeschwindigkeit, 4.16 Funktionaler Zusammenhang zwischen $\varphi$ und $r$ , 4.17 Bahngleichung der Satelliten, 4.18 Übungsaufgabe	
<b>4.2 Bahnelemente und Bahngeschwindigkeiten</b> . . . . .	159
4.21 Keplers Ellipsensatz, 4.22 Diskussion der Bahngleichung, 4.23 Keplers Halbachsensatz, 4.24 Berechnung von Satellitenbahnen, 4.25 Übungen	
<b>4.3 Ergänzungen</b> . . . . .	162
4.31 Näherungscharakter der Bahnbestimmung, 4.32 Die drei Kepler-Gesetze, 4.33 Zeitabhängigkeit der Satellitenposition, 4.34 Umlauf um den gemeinsamen Schwerpunkt, 4.35 Ekliptikale Koordinaten, 4.36 Satellitenbahnen, vom Zentralgestirn aus gesehen, 4.37 Übungen	
<b>4.4 Höhenraketen</b> . . . . .	165
4.41 Definition, 4.42 Geschichte, 4.43 Klassische Antriebsgleichung, 4.44 Einfluß der Gravitation auf die Brennschlußgeschwindigkeit, 4.45 Einfluß der Gravitation auf die Brennschlußhöhe, 4.46 Gesamthöhe bei senkrechtem Start, 4.47 Das Mehrstufenprinzip, 4.48 Einfluß des Luftwiderstandes, 4.49 Übungen	
<b>4.5 Satelliten- und Weltraumraketen, Methodische Ergänzungen</b> . . . . .	169
4.51 Satellitenstart mit Hilfe von Raketen, 4.52 Kreis- und Fluchtgeschwindigkeit, 4.53 Raumschiffe, 4.54 Methodische Hinweise, 4.55 Übungen	
<b>4.6 Literatur</b> . . . . .	171
4.61 Allgemeine und sphärische Astronomie, 4.62 Künstliche Satelliten, Raketen, Weltraumfahrt, 4.63 Methodische und schulpraktische Werke	

### III. Teil: Gebiete für Arbeitsgemeinschaften

#### 1. Konforme Abbildung (Ilse Neß und W. Neß)

<b>1.1 Die Abbildung durch reziproke Radien in elementarer Behandlung</b> . . . . .	172
1.11 Definition und einfachste Eigenschaften, 1.12 Die Kreistreue, 1.13 Die Winkelstreue, 1.14 Anwendung auf die Berührungsaufgabe von Apollonius, 1.15 Die Steinerschen Kreisreihen, 1.16 Der Satz von Mascheroni, 1.17 Übungen	
<b>1.2 Abbildung durch eine Funktion</b> . . . . .	176
1.21 Methoden der analytischen Geometrie, 1.22 Abbildung durch eine ganze lineare Funktion einer komplexen Veränderlichen, 1.23 Die Funktion $w = \frac{1}{z}$ , 1.24 Die gebrochene lineare Funktion, 1.25 Fixpunkte und kinematische Betrachtung, 1.26 Übungen	
<b>1.3 Abbildung durch zwei reelle Funktionen</b> . . . . .	181
1.31 Zwei lineare Funktionen, 1.32 Abbildung durch zwei beliebige Funktionen, 1.33 Die quell- und zirkulationsfreie Strömung, 1.34 Übungen, 1.35 Literatur	

#### 2. Gewöhnliche Differentialgleichungen (R. Draaf und F. K. Heidrich)

<b>2.1 Zur Einführung der Grundbegriffe</b> . . . . .	187
2.11 Möglichkeiten der Anknüpfung, 2.12 Begriff der gewöhnlichen Differentialgleichung, 2.13 Charakterisierung von Kurvenscharen durch Differentialgleichungen, 2.14 Übungen	
<b>2.2 Differentialgleichungen erster Ordnung. Elementare Lösungsverfahren</b> . . . . .	190
2.21 Geometrische Deutung. Isoklinen, 2.22 Methode der Trennung der Variablen, 2.23 Substituieren einer neuen Variablen, 2.24 Homogene Differentialgleichung, 2.25 Übungen	
<b>2.3 Lineare Differentialgleichungen</b> . . . . .	195
2.31 Definitionen, 2.32 Linearoperator $L(y)$ , 2.33 Zum Existenz- und Eindeutigkeitsproblem, 2.34 Funktionaldeterminante, 2.35 Aus der Lösungstheorie	
<b>2.4 Lineare Differentialgleichung erster Ordnung</b> . . . . .	199
2.41 Homogener Typ, 2.42 Inhomogener Typ, 2.43 Anwendungen, 2.44 Übungen	
<b>2.5 Differentialgleichung der harmonischen Schwingung</b> . . . . .	200
2.51 Vorbemerkungen, 2.52 Die Differentialgleichung, 2.53 Anwendungen	
<b>2.6 Freie gedämpfte Schwingung</b> . . . . .	204
2.61 Physikalische Einführung, 2.62 Auflösung, 2.63 Deutung und Anwendung	
<b>2.7 Gedämpfte Schwingung mit „Störung“</b> . . . . .	207
2.71 Das physikalische Problem, 2.72 Auflösung, 2.73 Deutung, 2.74 Resonanz, 2.75 Der Wurf, 2.76 Übungen	
<b>2.8 Literatur</b> . . . . .	211

#### 3. Differentialgeometrie (G. Engel)

<b>3.1 Stetige Kurven in der Ebene</b> . . . . .	212
3.11 Darstellungsformen ebener Kurven, 3.12 Tangente und Normale, 3.13 Mehrfache Punkte, 3.14 Singuläre Punkte	
<b>3.2 Die Bogenlänge ebener Kurven</b> . . . . .	219
3.21 Das Bogendifferential, 3.22 Bestimmung von Bogenlängen	
<b>3.3 Krümmung und Krümmungskreis</b> . . . . .	221
3.31 Die Krümmung einer ebenen Kurve, 3.32 Berührung von zwei Kurven, 3.33 Der Krümmungsradius, 3.34 Scheitel	
<b>3.4 Ortslinien</b> . . . . .	227
3.41 Evoluten, 3.42 Evolventen	
<b>3.5 Raumkurven und Flächen</b> . . . . .	230
3.51 Darstellungsformen, 3.52 Tangente, Tangentialebene und Normalen, 3.53 Bogenlänge und Rektifizierbarkeit, 3.54 Krümmung und Windung, 3.55 Metrik auf der Fläche, 3.56 Abbildungen von Flächen aufeinander	
<b>3.6 Literatur</b> . . . . .	238

#### 4. Differentiation und Integration von Funktionen mehrerer Variablen (G. Engel)

<b>4.1 Funktionen von mehreren Variablen</b> . . . . .	238
4.11 Darstellungsformen, 4.12 Grenzwert und Stetigkeit, 4.13 Übungen	

---

<b>4.2 Differentiation</b> . . . . .	241
4.21 Partielle Ableitungen, 4.22 Beispiele zur Extremwertbestimmung, 4.23 Das totale Differential, 4.24 Differentiation impliziter Funktionen einer Veränderlichen, 4.25 Übungen	
<b>4.3 Integration</b> . . . . .	246
4.31 Definition des mehrfachen Integrals, 4.32 Zurückführung auf einfache Integrale, 4.33 Mehrfache Integrale in nichtkartesischen Koordinaten, 4.34 Das Cavalieri-Prinzip, 4.35 Übungen	
<b>5. Analogierechenverfahren (K.-W. Gaede)</b>	
<b>5.1 Mechanische Geräte</b> . . . . .	253
5.11 Rechenstab, 5.12 Umfahrungsplanimeter, 5.13 Integrimeter, 5.14 Integrapph	
<b>5.2 Integrieranlagen</b> . . . . .	256
5.21 Allgemeines, 5.22 Mechanische Anlagen, 5.23 Elektronische Anlagen, 5.24 Programmierung, 5.25 Genauigkeit und Anwendung	
<b>5.3 Polynomgleichungen</b> . . . . .	260
5.31 Reelle Lösungen, 5.32 Komplexe Lösungen	
<b>5.4 Literatur</b> . . . . .	261
<b>Register</b> . . . . .	262