

# Inhalt

## I. Teil: Analytische Geometrie

<b>1. Einleitung (J. Breuer)</b> . . . . .	11
<b>2. Grundlagen (J. Breuer)</b>	
<b>2.1 Punkt, Strecke, Gerade</b> . . . . .	12
2.11 Punkte und Strecken, 2.12 Mittelpunkt, Teilverhältnis, 2.13 Formen der Geradengleichung, 2.14 Schnittpunkte, Schnittwinkel, 2.15 Anwendungen, 2.16 Übungen	
<b>2.2 Flächeninhalt geradlinig begrenzter Figuren</b> . . . . .	20
2.21 Dreieck, 2.22 Viereck, 2.23 $n$ -Eck, 2.24 Übungen	
<b>2.3 Vektorrechnung</b> . . . . .	22
2.31 Vektorgeometrie in der Oberstufe, 2.32 Addition und Subtraktion, 2.33 Das Skalarprodukt, 2.34 Das Kreuzprodukt, 2.35 Produktverbindungen, 2.36 Rechnen mit Komponenten, 2.37 Anwendungen, 2.38 Übungen	
<b>2.4 Koordinatentransformationen</b> . . . . .	28
2.41 Verschiebungstransformation, 2.42 Drehtransformation, 2.43 Ähnlichkeitstransformation, 2.44 Allgemeine affine Transformation, 2.45 Projektive Transformation, 2.46 Gruppencharakter der Koordinatentransformationen, 2.47 Übungen	
<b>3. Kegelschnitte (J. Breuer)</b>	
<b>3.1 Der Kreis</b> . . . . .	32
3.11 Kreisgleichung, 3.12 Kreis und Gerade, 3.13 Mehrere Kreise, 3.14 Übungen	
<b>3.2 Die Parabel</b> . . . . .	35
3.21 Scheitelgleichung, 3.22 Parabel und Gerade, 3.23 Parabel als Kegelschnitt, 3.24 Scheitelkrümmungskreis, 3.25 Übungen	
<b>3.3 Die Ellipse</b> . . . . .	37
3.31 Mittelpunktsgleichung, Scheitelgleichung, 3.32 Die Ellipse als affines Bild des Kreises, 3.33 Ellipse und Gerade, 3.34 Brennpunkteigenschaften, 3.35 Ellipse als Zylinder- und Kegelschnitt, 3.36 Scheitelkrümmungskreise, 3.37 Übungen	
<b>3.4. Die Hyperbel</b> . . . . .	42
3.41 Mittelpunktsgleichung, Scheitelgleichung, 3.42 Hyperbel und Gerade, 3.43 Die Asymptoten der Hyperbel, 3.44 Brennpunkteigenschaften, 3.45 Hyperbel als Kegelschnitt, 3.46 Scheitelkrümmungskreise, 3.47 Übungen	
<b>3.5 Metamorphose der Kegelschnitte</b> . . . . .	48
3.51 Zusammenfassung von 3.1 bis 3.4, 3.52 Leitlinieneigenschaften, 3.53 Polargleichung, 3.54 Allgemeine Gleichung 2. Grades, 3.55 Projektive Verwandtschaft, 3.56 Übungen	
<b>3.6 Ortslinien</b> . . . . .	55
3.61 Geraden, 3.62 Kreise, 3.63 Parabeln, 3.64 Ellipsen, 3.65 Hyperbeln, 3.66 Übungen	
<b>4. Kurven und Flächen im Raume (J. Breuer)</b>	
<b>4.1 Raumkurven</b> . . . . .	60
4.11 Geraden, 4.12 Schraubenlinien, 4.13 Spiralen, 4.14 Übungen	
<b>4.2 Flächen</b> . . . . .	62
4.21 Ebenen, 4.22 Flächen 2. Ordnung, 4.23 Übungen	
<b>5. Literatur (J. Breuer)</b> . . . . .	65

## II. Teil: Darstellende und Projektive Geometrie

<b>1. Allgemeines (K. Wigand)</b>	
<b>1.1 Vorbemerkungen zur Darstellenden Geometrie</b> . . . . .	67
1.11 Aufgabe, 1.12 Bedeutung für das tägliche Leben, 1.13 Lehrpläne, 1.14 Kritisches, 1.15 Literatur, 1.16 DIN-Blätter	

<b>1.2 Zeichengeräte</b> . . . . .	70
1.21 Grundausrüstung, 1.22 Vereinfachte Ausrüstung, 1.23 Der Zirkelkasten, 1.24 Weitere Hilfsmittel, 1.25 Weiterentwicklungen	
<b>1.3 Zur Praxis des Zeichnens</b> . . . . .	71
1.31 Das Linienziehen, 1.32 Grundkonstruktionen, 1.33 Erste Genauigkeitsübungen, 1.34 Gestaltung der Figuren, 1.35 Reschriftung	
<b>2. Parallelprojektion und Affinität (K. Wigand)</b>	
<b>2.1 Arten und Grundeigenschaften der elementaren Projektionen</b> . . . . .	74
2.11 Die Elemente, 2.12 Büschel und Bündel, 2.13 Fernelemente und Schnitte, 2.14 Dualität, 2.15 Allgemeine Eigenschaften, 2.16 Projektionsarten, 2.17 Zum Plan	
<b>2.2 Schräge Parallelprojektion</b> . . . . .	78
2.21 Einführung, 2.22 Schrägbilder, 2.23 Kavalierperspektive, 2.24 Axonometrie, 2.25 Axonometrische Projektion nach DIN 5, 2.26 Freie Parallelprojektion, 2.27 Vierdimensionale Körper	
<b>2.3 Zweitafelprojektion I</b> . . . . .	82
2.31 Methodisches, 2.32 Grundbegriffe, 2.33 Koordinaten, 2.34 Punkte und Geraden, 2.35 Ebenen, 2.36 Durchstoßpunkte, Schnitte, 2.37 Parallele Lage, 2.38 Senkrechtstehen, 2.39 Wahre Größe, 2.3E (Ergänzung) Lösung von drei linearen Gleichungen	
<b>2.4 Zweitafelprojektion II</b> . . . . .	92
2.41 Einfache Körperdarstellungen, 2.42 Ebene Körperschnitte und Abwicklungen, 2.43 Räumliche Achsenaffinität, 2.44 Übergang zur ebenen Achsenaffinität, 2.45 Die senkrechte Achsenaffinität, 2.46 Ebene Zylinderschnitte, 2.47 Die Ellipse als senkrecht-affines Bild des Kreises	
<b>2.5 Affinität</b> . . . . .	98
2.51 Schrägbilder, 2.52 Die Schrägaffinität, 2.53 Scherung und Schrägspiegelung, 2.54 Achsenaffinität bei Zweitafelbildern, 2.55 Allgemeine Affinität, 2.56 Konjugierte Richtungen, 2.57 Die Ellipse als schrägaffines Bild des Kreises, 2.58 Affine Eigenschaften der Ellipse, 2.59 Axonometrische Bilder des Kreises	
<b>3. Zentralprojektion und Kollineation (K. Wigand)</b>	
<b>3.1 Zentralprojektion</b> . . . . .	107
3.11 Grundlagen, 3.12 Eigenschaften, 3.13 Bildpunktconstruction, 3.14 Abbilden von Geraden und Figuren in der Grundebene, 3.15 Abbilden von Körpern, 3.16 Perspektive Axonometrie, 3.17 Perspektives Bild aus Auf- und Grundriß, 3.18 Geneigte Bildebene	
<b>3.2 Ebene Schnitte von Pyramide und Kegel</b> . . . . .	114
3.21 Pyramide, 3.22 Ellipse als Kegelschnitt, 3.23 Parabel als Kegelschnitt, 3.24 Hyperbel als Kegelschnitt, 3.25 Zusammenfassendes, 3.26 Zentralprojektives Bild der Kugel	
<b>3.3 Die zentrische Kollineation</b> . . . . .	120
3.31 Entstehung und Eigenschaften, 3.32 Bestimmungsstücke, 3.33 Konstruktionen, 3.34 Der Satz von Desargues	
<b>3.4 Punktreihen, Geradenbüschel</b> . . . . .	123
3.41 Perspektive Lage, 3.42 Invarianz des Doppelverhältnisses (DV), 3.43 Eigenschaften des DV, 3.44 Projektive Büschel, 3.45 Vereint liegende Punktreihen, 3.46 Abbildungsgleichungen, 3.47 Projektive Skalen, 3.48 Die Sätze von Pascal und Brianchon	
<b>3.5 Besondere projektive Abbildungen</b> . . . . .	129
3.51 Punktinvolution, 3.52 Geradeninvolution, 3.53 Das vollständige Viereck — Vierseit, 3.54 Moebius-Netz, 3.55 Die projektive Spiegelung	
<b>4. Korrelation und Polaritäten (K. Wigand)</b>	
<b>4.1 Einführung</b> . . . . .	135
4.11 Korrelatives Abbilden, 4.12 Allgemeine Polaritäten, 4.13 Selbstpolare Dreiecke	
<b>4.2 Der Kreis als Grundfigur</b> . . . . .	136
4.21 Eine Korrelation, 4.22 Polarität am Kreis, 4.23 Punktreihen auf dem Kreis, 4.24 Zentralkollineare Bilder des Kreises, 4.25 Zentralkollineare Abbildung von Kreis in Kreis, 4.26 Die Sätze von Pascal und Brianchon	
<b>4.3 Die übrigen Kegelschnitte</b> . . . . .	143
4.31 Erweiterung des Satzes von Pascal-Brianchon, 4.32 Projektive Erzeugung der Kegelschnitte, 4.33 Erzeugung durch projektive Geradenbüschel, 4.34 Erzeugung durch projektive Punktreihen, 4.35 Ellipse, 4.36 Parabel, 4.37 Hyperbel, 4.38 Gemeinsame Sätze	

**5. Photogrammetrie oder Bildmessung (H. Gall)**

<b>5.1 Architekturbildmessung</b> . . . . .	151
5.11 Aufgabe und Geschichte der Bildmessung, 5.12 Bestimmung der inneren und äußeren Orientierung, 5.13 Rekonstruktion eines Gegenstandes	
<b>5.2 Erdbildmessung</b> . . . . .	158
5.21 Auswertung eines Einzelbildes, 5.22 Meßtischphotogrammetrie, 5.23 Stereophotogrammetrie, 5.24 Hinweise für Aufgaben	
<b>5.3 Luftbildmessung</b> . . . . .	160
5.31 Ebenes Gelände, 5.32 Bergiges Gelände, 5.33 Hinweise für Aufgaben	
<b>5.4 Literatur</b> . . . . .	165

**6. Weitere Darstellungsverfahren (K. Wigand)**

<b>6.1 Kotierte Projektion</b> . . . . .	165
6.11 Die Elemente, 6.12 Eigenschaften, 6.13 Dachkonstruktionen, 6.14 Böschungen	
<b>6.2 Schattenkonstruktionen</b> . . . . .	168
6.21 Grundbegriffe, 6.22 Zweitafelbilder, 6.23 Axonometrische Bilder	
<b>6.3 Raumbilder (Anaglyphen)</b> . . . . .	169
6.31 Das Problem, 6.32 Grundlagen, 6.33 Konstruktion aus dem Auf- und Grundriß, 6.34 Abbildungsgleichungen, 6.35 Weitere Konstruktionsverfahren, 6.36 Das Bewegungsphänomen, 6.37 Maßstabänderung eines Raumbildes, 6.38 Farbtechnisches, 6.39 Literatur	

**7. Kartenentwürfe (K. Wigand)**

<b>7.1 Allgemeines</b> . . . . .	172
7.11 Problem, 7.12 Einteilungen, 7.13 Die Verzerrungsellipse, 7.14 Literatur	
<b>7.2 Azimutale Entwürfe</b> . . . . .	174
7.21 Echte Projektionen, 7.22 Weitere Entwürfe, 7.23 Abgewandelte Entwürfe	
<b>7.3 Zylinder-Entwürfe</b> . . . . .	176
7.31 Echte Entwürfe, 7.32 Unechte Entwürfe, 7.33 Nichtäquatorständige Entwürfe	
<b>7.4 Kegelentwürfe</b> . . . . .	178
7.41 Echte Entwürfe, 7.42 Nochmals unechte Entwürfe	

**8. Affingeometrie (K. Wigand)**

<b>8.1 Vorbemerkungen</b> . . . . .	179
8.11 Didaktisches, 8.12 Verschiedene Wege, 8.13 Affingeometrie als vorteilhafter Ausgangspunkt	
<b>8.2 Konstruktive Geometrie</b> . . . . .	180
8.21 Definition der ebenen affinen Abbildungen, 8.22 Eigenschaften der affinen Abbildungen, 8.23 Bestimmungsstücke, 8.24 Flächenmaßstab, 8.25 Achsenaffinitäten, 8.26 Vektoren, 8.27 Affines Konstruieren	
<b>8.3 Koordinaten-Geometrie</b> . . . . .	183
8.31 Transformationsformeln, 8.32 Eigenschaften, 8.33 Festlegung der Abbildung, 8.34 Gleichung der Bildkurve, 8.35 Der Flächenmaßstab, 8.36 Gruppeneigenschaft	
<b>8.4 Spezialisierungen</b> . . . . .	185
8.41 Die ähnlichen Transformationen, 8.42 Besondere ähnliche Abbildungen, 8.43 Die kongruenten Abbildungen, 8.44 Gruppen ähnlicher Abbildungen	

**9. Die projektive Gruppe (K. Wigand)**

<b>9.1 Projektive Abbildungen</b> . . . . .	188
9.11 Einführung der allgemeinen projektiven Abbildungen, 9.12 Eigenschaften, 9.13 Die Zentralkollineation, 9.14 Die projektive Ebene	
<b>9.2 Der Aufbau der Geometrie</b> . . . . .	192
9.21 Aufbau durch Projektionen, 9.22 Übersicht über die Gruppen und Untergruppen, 9.23 Übersicht über die Eigenschaften der Abbildungen durch Projektion, 9.24 Zur Verwandtschaft der Kegelschnitte	

**10. Ausblicke und Rückblicke (K. Wigand)**

<b>10.1 Erlanger Programm</b> . . . . .	196
10.11 Zum Titel, 10.12 Person und Programm, 10.13 Die Zeit nach Erlangen, 10.14 Aus der Einleitung, 10.15 Der Inhalt, 10.16 Auswirkungen	

<b>10.2 Literatur zur projektiven Geometrie</b> . . . . .	199
<b>10.3 Geschichtlicher Überblick zur projektiven Geometrie</b> . . . . .	199
10.31 Vorgeschichtliche Geometrie, 10.32 Altertum, 10.33 Das Mittelalter, 10.34 Die neuere Zeit, 10.35 Ausblick auf das 19. Jahrhundert, 10.36 Literatur	

### III. Teil: Sphärik und Astronomie

#### A. Sphärik

##### 1. Geometrie auf der Kugel (P. Knabe)

<b>1.1 Grundbegriffe</b> . . . . .	206
1.11 Punkt und Kugelgerade, 1.12 Kleinkreise, 1.13 Pol und Polare, 1.14 Parallele Kugelgeraden, 1.15 Kleinste Entfernung zweier Punkte auf der Kugel, 1.16 Winkel auf der Kugel	
<b>1.2 Kugelzweiseit und Kugeldreieck</b> . . . . .	207
1.21 Kugelzweiseit, 1.22 Kugeldreieck. Erklärung, 1.23 Sätze über das Kugeldreieck, 1.24 Polardreieck, 1.25 Weitere Sätze über das Dreieck, 1.26 Kongruenzsätze, 1.27 Flächeninhalt, 1.28 Sehnenviereck, Tangentenviereck, Satz von Lexell, 1.29 Das Bild der Kugel	
<b>1.3 Kugelgeometrie als Modell einer Nichteuklidischen Geometrie</b> . . . . .	210
1.31 Analogien zur ebenen Geometrie, 1.32 Axiomatische Unterschiede	
<b>1.4 Übungen</b> . . . . .	211

##### 2. Trigonometrie auf der Kugel (P. Knabe)

<b>2.1 Das rechtwinklige Kugeldreieck</b> . . . . .	212
2.11 Neper-Regel, 2.12 Beispiele	
<b>2.2 Das allgemeine Kugeldreieck</b> . . . . .	213
2.21 Sinussatz, 2.22 Seitenkosinussatz, 2.23 Winkelkosinussatz, 2.24 Herleitungen mit Hilfe der Vektoralgebra, 2.25 Weitere Formeln, 2.26 Ebene Trigonometrie als Sonderfall der Kugeltrigonometrie, 2.27 Geschichtliches, 2.28 Übungen: Tabelle für Dreiecksaufgaben	

##### 3. Zeichnerische Lösungen (P. Knabe)

<b>3.1 Senkrechte Eintafelprojektion</b> . . . . .	216
3.11 Grundaufgaben, 3.12 Dreieckskonstruktionen	
<b>3.2 Stereographische Projektion</b> . . . . .	219
3.21 Verfahren, 3.22 Gesetze, 3.23 Grundkonstruktionen, 3.24 Dreieckskonstruktionen	

##### 4. Koordinatensysteme auf der Kugel (P. Knabe)

<b>4.1 Geographische Koordinatensysteme</b> . . . . .	222
4.11 Erklärungen, 4.12 Entfernungs-Kurswinkeldreieck, rechnerische Behandlung, 4.13 Peilaufgaben, 4.14 Entfernungs-Kurswinkeldreieck, zeichnerische Behandlung	
<b>4.2 Astronomische Koordinatensysteme</b> . . . . .	225
4.21 Horizontsystem, 4.22 Äquatormsystem, 4.23 Nautisches Dreieck, 4.24 Beispiel zum nautischen Dreieck, 4.25 Die Zeiten, 4.26 Beispiele zur Zeitrechnung, 4.27 Ekliptiksystem	
<b>4.3 Übungen, Anwendungen, Literatur</b> . . . . .	230
4.31 Geographische Ortsbestimmung, 4.32 Sonnenuhren, 4.33 Literatur	

#### B. Astronomie

##### Einleitung: Klärung der Begriffe und Abgrenzung des Stoffes (H. Schäfer)

##### 5. Hilfsmittel der Beobachtung (H. Schäfer)

<b>5.1 Instrumente</b> . . . . .	235
5.11 Winkelmeßinstrumente, 5.12 Zeitmessung, 5.13 Photoapparat, Feldstecher	
<b>5.2 Sternkarten, Kalender, Modelle</b> . . . . .	239
5.21 Sternkarten, 5.22 Kalender, 5.23 Modelle	
<b>5.3 Die Schulsternwarte</b> . . . . .	241
5.31 Einrichtung, 5.32 Bezugsquellen	

**6. Beobachtung (H. Schäfer)**

<b>6.1 Bahn und Bewegung der Sonne</b> . . . . .	243
6.11 Auf- und Untergänge, Lage der Sonnenbahn zum Horizont, 6.12 Kulmination der Sonne, Nord-Südrichtung, geographische Breite, 6.13 Die Ekliptik, 6.14 Zeitgleichung, 6.15 Länge und Längendifferenz	
<b>6.2 Bahn und Bewegung des Mondes</b> . . . . .	247
6.21 Bewegung zwischen den Sternen, Lage der Mondbahn, 6.22 Scheinbarer Durchmesser, Exzentrizität, 6.23 Siderischer und synodischer Monat	
<b>6.3 Bahn und Bewegung der Planeten</b> . . . . .	249
6.31 Die unteren Planeten, 6.32 Die oberen Planeten	
<b>6.4 Beobachtungen am Fixsternhimmel</b> . . . . .	250
6.41 Die tägliche Bewegung, 6.42 Wechselnder Anblick im Laufe des Jahres	
<b>6.5 Die Größen im nautischen und astronomischen Dreieck</b> . . . . .	251

**7. Entfernungsbestimmungen, Modelle (H. Schäfer)**

<b>7.1 Entfernungsbestimmungen</b> . . . . .	252
7.11 Maßstäbe der Astronomen, 7.12 Entfernungsbestimmungen im Planetensystem, 7.13 Jährliche oder trigonometrische Parallaxen der Fixsterne, 7.14 Säkulare Parallaxen, 7.15 Photometrische Entfernungsbestimmung	
<b>7.2 Maßstabgerechte Modelle</b> . . . . .	257
7.21 Erde, 7.22 Erde — Mond, 7.23 Sonne — Erde — Mond, 7.24 Planetensystem, 7.25 Nähere Umgebung der Sonne, 7.26 Milchstraßensystem, 7.27 Galaktische Systeme	

**8. Zustandsgrößen der Himmelskörper (H. Schäfer)**

<b>8.1 Massenbestimmung mit Hilfe des 3. Kepler-Gesetzes</b> . . . . .	259
8.11 Formulierung des 3. Kepler-Gesetzes, 8.12 Herleitung, 8.13 Anwendung im Planetensystem, 8.14 Anwendung bei visuellen Doppelsternen	
<b>8.2 Massenbestimmung ohne das 3. Kepler-Gesetz</b> . . . . .	264
8.21 Störungstheorie, 8.22 Masse — Leuchtkraftbeziehung	
<b>8.3 Durchmesser</b> . . . . .	264
8.31 Durchmesser von Himmelskörpern im Planetensystem, 8.32 Durchmesser von Fixsternen	
<b>8.4 Dichte und Temperatur</b> . . . . .	267
8.41 Dichte, 8.42 Temperatur	

**9. Mathematische Übungen (H. Schäfer)**

<b>9.1 Denksportaufgaben</b> . . . . .	267
9.11 Aufgaben, 9.12 Lösungen	
<b>9.2 Übungen für die Mittelstufe</b> . . . . .	268
9.21 Algebra, Ähnlichkeitslehre, Stereometrie, 9.22 Ebene Trigonometrie	
<b>9.3 Übungen für die Oberstufe</b> . . . . .	270
9.31 Analytische Geometrie, 9.32 Infinitrechnung, 9.33 Zur Herleitung des 1. und 2. Kepler-Gesetzes	

**10. Neue Forschungsmethoden, Weltbilder (H. Schäfer)**

<b>10.1 Radioastronomie</b> . . . . .	272
10.11 Entstehung der Radiofrequenzstrahlung, 10.12 Empfänger	
<b>10.2 Ergebnisse</b> . . . . .	273
10.21 Diskrete Radioquellen, 10.22 Allgemeine galaktische Strahlung und isotrope Komponente, 10.23 Die 21-cm-Linie, 10.24 Die Sonne als Quelle radiofrequenter Strahlung, 10.25 Andere Körper des Planetensystems als Radiostrahler, 10.26 Echos von Mond, Venus und Sonne. Beobachtung der Meteore	
<b>10.3 Weltbilder</b> . . . . .	278
10.31 Historisches, 10.32 Weltmodelle, 10.33 Theorie und Wirklichkeit	
<b>10.4 Literatur</b> . . . . .	280
10.41 Für Lehrer, 10.42 Für Lehrer und Schüler, 10.43 Zeitschriften, Jahrbücher, Kalender, 10.44 Sternkarten, Mondkarten	
<b>Register</b> . . . . .	282