

Inhaltsverzeichnis

Geleitwort	11
Vorwort.	13

I. Grundlagen der FEM und ihre Realisierung im Programmsystem COSAR

Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen und Symbole	17
1. <i>Grundgleichungen der Festkörpermechanik</i>	20
1.1. Lineare Elastizitätstheorie	20
1.1.1. Spannungszustand und Gleichgewicht.	20
1.1.2. Verzerrungszustand, Verschiebungen und Kompatibilität	22
1.1.3. Stoffgesetze	24
1.1.4. Die Grundgleichungen in den Verschiebungen und den Spannungen	25
1.1.5. Variationsprinzipien	27
1.1.6. Typische Modelle der Elastizitätstheorie.	31
1.2. Plastizitätstheorie	34
1.2.1. Grundlagen der phänomenologischen Plastizitätstheorie	34
1.2.2. Fließbedingung und Verfestigungsgesetz	35
1.2.2.1. Fließbedingung und plastische Deformation	35
1.2.2.2. Der Umformgrad.	36
1.2.2.3. Verfestigungsregeln.	37
1.2.3. Materialfunktionen und Zustandsgrößen.	38
1.2.3.1. Zugversuch und Dauerschwingversuch	38
1.2.3.2. Allgemeine Darstellung der Materialfunktionen.	41
Literatur zu 1.	44
2. <i>Die Methode der Finiten Elemente.</i>	46
2.1. Allgemeine Grundlagen	46
2.2. Elementgleichungen	49
2.2.1. Begriffe und Definitionen	49
2.2.2. Koordinatensysteme, natürliche Elementkoordinaten	51
2.2.3. Interpolationspolynome und Formfunktionen	54
2.2.4. Ableitung von Formfunktionen für allgemeine Elemente aus Basiselementen	60
2.2.5. Die Elementgleichungen der Verschiebungsgrößenmethode.	63
2.2.6. Die Elementgleichungen der hybriden Kraftgrößenmethode	66
2.2.7. Isoparametrische Elemente	72
2.3. Systemgleichungen	84
2.3.1. Die Systemgleichungen der Verschiebungsgrößenmethode	84
2.3.2. Die Systemgleichungen der hybriden Kraftgrößenmethode	86
2.3.3. Substruktur-Superelement-Technik	87

2.3.4.	Spannungsberechnung	89
2.4.	Dynamische Probleme	92
2.4.1.	Element- und Systemgleichungen	92
2.4.2.	Eigenwertprobleme	95
2.4.3.	Stationäre erzwungene Schwingungen	95
2.4.4.	Bewegungszustände bei beliebiger Erregung und vorgegebenem Anfangszustand	96
2.5.	Plastische Verformungen	97
2.5.1.	Gegebene Spannungsänderungen	97
2.5.2.	Gegebene Dehnungsänderungen	98
2.5.3.	Sonderfälle	99
2.5.4.	Realisierung der Element- und Systembeziehungen	102
2.5.5.	Weitere Überlegungen zur Lösungsstrategie	105
2.6.	Allgemeine Feldprobleme	105
2.6.1.	Stationäre Feldprobleme	106
2.6.2.	Instationäre Feldprobleme	107
2.6.3.	Thermoelastizität	109
	Literatur zu 2.	113
3.	<i>Realisierung der Berechnung im Programmsystem COSAR</i>	118
3.1.	Einleitung	118
3.2.	Die programmtechnische Konzeption	119
3.2.1.	Allgemeine Grundlagen	119
3.2.1.1.	Erarbeitungsprinzipien	119
3.2.1.2.	Rechenanlage, Programmiersprache, Betriebsart	121
3.2.2.	Datenverwaltung	122
3.2.2.1.	Aufwand, Aufgaben des Datenverwaltungssystems	122
3.2.2.2.	Hypermatrizen — Konzept	123
3.2.2.3.	Das Seitenkonzept	124
3.2.2.4.	Der Zugriff zu den Daten	124
3.2.2.5.	Speicherverwaltung, Seitenwechselalgorithmus	126
3.2.2.6.	Realisierung der Seitenrahmen	127
3.2.2.7.	Die FEDAM-Funktionen	128
3.2.3.	Das rechnerinterne Berechnungsmodell	129
3.2.3.1.	Die Modellniveaus	130
3.2.3.2.	Das FEM-Niveau des rechnerinternen Modells	130
3.2.3.3.	Die Datenfelder einer Struktur	131
3.2.3.4.	Die zentralen Datenfelder	132
3.2.4.	Die Typen der Datenfelder	133
3.2.4.1.	Hypermatrizen, Datenfelder mit Steuerinformationen	133
3.2.4.2.	Die Struktursteifigkeitsbeziehungen als Beispiele für Hypermatrizen	133
3.2.4.3.	Matrizen und Vektoren mit Positionszugriff	135
3.2.4.4.	Sequentielle Listen	136
3.2.4.5.	Vektoren mit Inhaltsverzeichnissen	136
3.2.4.6.	Der Zugriff zu den Datenfeldern	137
3.2.4.7.	Gleichheit von Elementen und Strukturen	138
3.2.5.	Steuerung des Programmablaufes	139
3.2.5.1.	Hierarchie der Steuermoduln	139
3.2.5.2.	Programmtechnische Organisation	140
3.2.5.3.	Abarbeitungsmarken	141
3.2.5.4.	Fehlerbehandlung	142
3.2.5.5.	Ablaufverfolgung	143
3.3.	Realisierung einiger ausgewählter Programmstrecken des Hauptprozessors FEM	143

3.3.1.	Der Prozessorblock DISPL	144
3.3.1.1.	Struktur des Prozessorblocks DISPL	144
3.3.1.2.	Der Prozessor EMAGEN	145
3.3.1.3.	Der Prozessor SYSMAT	146
3.3.1.4.	Der Prozessor FORCE	148
3.3.1.5.	Die Prozessoren SUPEL und HYDISP	148
3.3.2.	Der Prozessorblock STRESS	149
3.3.2.1.	Struktur des Prozessorblocks STRESS	149
3.3.2.2.	Der Prozessor DISSUB	150
3.3.2.3.	Der Prozessor STRUST	152
3.4.	Elementkataloge	152
3.4.1.	Der Elementkatalog EK1 für Festigkeitsberechnungen räumlicher Bauteile	153
3.4.1.1.	Elemente	153
3.4.1.2.	Elementeigenschaften	155
3.4.1.3.	Formfunktionen	156
3.4.1.4.	Genauigkeit	162
3.4.2.	Der Elementkatalog EK 2 für Festigkeitsberechnungen ebener und rotations-symmetrischer Bauteile	162
3.4.3.	Weitere Elementkataloge für Probleme der Festkörpermechanik	164
3.4.4.	Elementkatalog für die Lösung allgemeiner Feldprobleme	166
3.4.5.	Rechentchnische Realisierung im Programmsystem COSAR.	166
3.4.5.1.	Bereitstellungsroutinen des Datenverwaltungssystems FEDAM	167
3.4.5.2.	Berechnung der Elementsteifigkeitsmatrizen (EMAGEN)	169
3.4.5.3.	Berechnung der Systemkraftmatrizen (FORCE)	171
3.4.5.4.	Berechnung der Spannungen (ELSTR)	176
3.4.5.5.	Erweiterungsmöglichkeiten	178
3.5.	Algorithmen der numerischen Mathematik	179
3.5.1.	Algorithmen zur linearen Algebra.	180
3.5.2.	Lineares Gleichungssystem mit symmetrischer Koeffizientenmatrix	180
3.5.2.1.	Verfahrensauswahl	180
3.5.2.2.	Das »Block«-Cholesky-Verfahren	181
3.5.2.3.	Hypermatrixmodula für die Substruktur-Superelement-Technik	183
3.5.2.4.	Fehleranalyse	184
3.5.3.	Allgemeines symmetrisches Eigenwertproblem	185
3.5.4.	Basis-Algorithmen	187
3.5.5.	Numerische Integration	190
3.5.6.	Numerische Integration gewöhnlicher Differentialgleichungen erster Ordnung	196
3.6.	Dateneingabe, Datengenerierung	202
3.6.1.	Möglichkeiten der Dateneingabe	203
3.6.2.	Der Hauptprozessor DAGE	204
3.6.2.1.	Struktur des Hauptprozessors DAGE	204
3.6.2.2.	Initialisierung des Programmsystems	205
3.6.2.3.	Der Prozessorblock DAGE1	206
3.6.3.	Automatische Datengenerierung	206
3.6.4.	Automatische Generierung der Topologie	207
3.6.5.	Automatische Generierung der Geometrie	211
3.6.6.	Automatische Generierung der Strategieinformationen.	213
3.6.7.	Datenkontrolle	213
3.7.	Ergebnisauswertung	214
3.7.1.	Bereitstellung und Ausgabe von Primärergebnissen	214
3.7.2.	Berechnung von Sekundärergebnissen	215
3.8.	Zeichentischprogramme	215
3.8.1.	Das Zeichnen der vernetzten Struktur.	215
3.8.2.	Zeichentischprogramme für die Ergebnisauswertung	219
	Literatur zu 3.	221

4.	<i>Berechnungsbeispiele</i>	226
4.1.	Festigkeitsberechnung eines Verdichterlaufrades	226
4.2.	Festigkeitsberechnung des Druckdeckels einer Kreiselpumpe	236
4.3.	Elastisch-plastische Berechnung eines Zugstabes	241
4.4.	Temperaturverteilung in einer Walze	244
4.5.	Strömungsberechnung im Rohrkrümmer einer Heberleitung	244
	Literatur zu 4.	247

II. Grundlagen der FEM und ihre Realisierung im PS PROČNOST'

	Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen und Symbole	249
1.	<i>Grundgleichungen der Elastizitäts- und Plastizitätstheorie</i>	250
1.1.	Elemente der Tensorrechnung	250
1.1.1.	Krummlinige Koordinatensysteme	250
1.1.2.	Koordinatentransformation	252
1.1.3.	Definition des Tensors	253
1.1.4.	Kovariante Differentiation	254
1.1.5.	Die wichtigsten Differentialoperationen in krummlinigen Koordinaten	255
1.2.	Verzerrungen und Spannungen	256
1.3.	Elastisches und elastisch-plastisches Materialverhalten in nichtisothermischen Prozessen	259
1.4.	Gleichgewichtsbedingungen und Bewegungsgleichungen	263
	Literatur zu 1.	265
2.	<i>Das MSKE (momentnaja schema konečnych elementov)</i>	265
2.1.	Grundprinzipien des MSKE	265
2.2.	Die Eigenschaften des MSKE bei Starrkörperverschiebungen der FE	273
2.3.	Zur Existenz und Eindeutigkeit der Lösung nach dem MSKE	278
2.4.	Korrektheit des MSKE	284
2.5.	Theoretische Konvergenzbetrachtungen	290
2.6.	Numerische Konvergenzuntersuchungen für das MSKE und die FEM bei verschiedenen Approximationen der Verschiebungen	295
2.7.	Beziehungen des MSKE für rotationssymmetrische und ebene Probleme der Elastizitätstheorie.	302
2.8.	Konzeption für die Anwendung räumlicher FE zur Berechnung dünner und dicker Schalen	305
2.8.1.	Zur rationellen Auswahl der Lösungsfunktionen	306
2.8.2.	Berechnung biegebeanspruchter Platten und Schalen mit über die Dicke linearer Approximation der Verschiebungen	308
	Literatur zu 2.	312
3.	<i>Das MSKE bei der Lösung nichtlinearer Aufgaben der Mechanik</i>	313
3.1.	Beziehungen des MSKE bei der Lösung von Aufgaben der Thermoplastizität	313
3.2.	Berücksichtigung der physikalischen Nichtlinearität und der Ribildung bei Stahlbeton	317

3.3.	Das MSKE bei der Lösung geometrisch nichtlinearer Aufgaben	319
3.4.	Linearisierung der Gleichungen bei physikalisch und geometrisch nicht- linearen Aufgaben	321
3.5.	Gleichungen des MSKE bei großen Verformungen hochelastischer Körper .	323
	Literatur zu 3.	329
4.	<i>Organisation der FEM-Programmkomplexe</i>	330
4.1.	Allgemeine Beschreibung der Struktur des PS PROČNOST'	330
4.1.1.	Zweckbestimmung und Hauptanforderungen an das PS	330
4.1.2.	Die rechentechnische Basis für die 1. Version des PS PROČNOST'	332
4.1.3.	Betriebssystem	333
4.1.4.	Funktionsschema des PS PROČNOST'	333
4.2.	Problemorientierter Programmkomplex für die Festigkeitsberechnung räumlicher Konstruktionen	335
4.2.1.	Systemkonzeption, Problemgesichtspunkt	335
4.2.2.	Berechnungsschemata und diskrete Modelle	337
4.2.3.	Methoden zur Lösung großer Gleichungssysteme	338
4.2.4.	Analyse des Informationsflusses und Programmmoduln	339
4.2.5.	Topologische Struktur des diskreten Modells	340
4.2.6.	Geometrische Beschreibung des diskreten Modells.	343
4.2.7.	Geometrische Bindungen und äußere Wirkungen	344
4.2.8.	Materialgesetze, Spannungen und Verzerrungen	345
4.2.9.	Organisation der Berechnungsprozesse	346
4.3.	Problemorientierte Sprachen des PS PROČNOST'	347
4.3.1.	Metacompiler zur Unterstützung der problemorientierten Sprachen	347
4.3.2.	Allgemeine Beschreibung der problemorientierten Sprachen	348
	Literatur zu 4.	351
5.	<i>Berechnung massiver Körper</i>	352
5.1.	Modifikation räumlicher FE des MSKE	352
5.1.1.	Räumliches geradlinig begrenztes FE	352
5.1.2.	Räumliches schiefwinkliges FE.	355
5.1.3.	Räumliches krummlinig begrenztes FE	355
5.1.4.	Hexaederelemente mit erhöhter Genauigkeit	355
5.2.	Algorithmen zur Lösung der FEM-Gleichungssysteme	358
5.2.1.	Blockmethode von <i>Gauß</i>	358
5.3.	Iterationsmethoden zur Lösung linearer Gleichungssysteme	360
5.3.1.	Konjugierte-Gradienten-Methode	360
5.3.2.	Relaxationsmethoden	363
5.4.	Algorithmen zur Lösung nichtlinearer FEM-Gleichungssysteme.	367
5.4.1.	<i>Newton-Kantorovič</i> -Methode	368
5.4.2.	Methoden der Fortsetzung nach einem Parameter	369
5.5.	Untersuchung des ebenen und rotationssymmetrischen Spannungs-Ver- zerrungs-Zustandes massiver Körper	372
5.5.1.	Konvergenz des MSKE für rotationssymmetrische Körper bei Kraft- und Temperaturwirkungen	372
5.5.2.	Berechnung elastisch-plastischer Verformungen infolge periodischer Tempe- raturbeanspruchung	381
5.6.	Räumlicher Spannungs-Verzerrungs-Zustand von Körpern komplizierter Form	389
5.6.1.	Lineare Aufgaben	389
5.6.2.	Nichtlineare Aufgaben	394
	Literatur zu 5.	401

6.	<i>Berechnung von Platten und Schalen.</i>	403
6.1.	Spannungs-Verzerrungs-Zustand von Platten und Schalen mit komplizierter Konfiguration	403
6.1.1.	Einfluß der Form gewellter Schalen auf deren Steifigkeit	403
6.1.2.	Berechnung einer Kugelschale mit exzentrischem Ausschnitt	405
6.1.3.	Spannungszustand einer Schale mit negativer <i>Gaußscher</i> Krümmung	407
6.1.4.	Berechnung der Schalen von Wasserturbinenschaufeln	408
6.1.5.	Berechnung verstärkter und inhomogener Platten und Schalen	411
6.2.	Nichtlineare Aufgaben der Platten- und Schalentheorie	417
6.2.1.	Algorithmen zur Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme bei Vorhandensein singulärer Punkte	417
6.2.2.	Stabilität und nachkritisches Verhalten im Grundriß rechtwinkliger Zylinder- und Kugelschalen	424
6.2.3.	Stabilität mit Versteifungsrippen berandeter zylindrischer Schalen	426
6.2.4.	Einfluß einer verstärkenden elastischen Schicht auf die Stabilität und das nachkritische Verhalten von Kugelschalen	435
6.2.5.	Einfluß großer Verschiebungen auf die plastischen Verformungen von Unterwasserapparaten	439
6.2.6.	Untersuchung großer Verschiebungen bei Schalen mit komplizierter Struktur	442
6.3.	Eigenschwingungen und Dynamik von Platten und Schalen	447
6.3.1.	Eigenschwingungen.	448
6.3.2.	Untersuchung von Schalen bei Impulsbelastung.	453
	Literatur zu 6.	459
7.	<i>Berechnung kombinierter Tragwerke mit großem Einfluß der Nichtlinearität</i>	461
7.1.	Einige Besonderheiten bei der Anwendung der FEM zur Berechnung von Konstruktionen mit sehr nachgiebigen Elementen	461
7.2.	Formbildung und Berechnung bei textilen und netzartigen Schalen	464
7.3.	Formbildung und Ermittlung des Spannungs- und Formänderungszustandes für Membran-Stab-Konstruktionen	470
7.4.	Pneumatische Konstruktionen	485
7.4.1.	Das MSKE für nichtlineare Berechnung biegeweicher Schalen	485
	Literatur zu 7.	492
	Sachwortverzeichnis	494