

# INHALTS-ÜBERSICHT.

---

	Seite
§ 1. Einleitung. Überblick über die Geschichte der Methode der kleinsten Quadrate . . . . .	1
<b>Kapitel I. Allgemeine Theorie der kleinsten Fehlerquadratsumme.</b>	
§ 2. Erklärungen . . . . .	10
§ 3. Der durchschnittliche Fehler . . . . .	11
§ 4. Der mittlere Fehler . . . . .	13
§ 5. Das Fehlerfortpflanzungsgesetz . . . . .	15
§ 6. Zusammenwirkung unregelmässiger und regelmässiger Fehler . . . . .	19
§ 7. Das einfache arithmetische Mittel . . . . .	20
§ 8. Das allgemeine arithmetische Mittel . . . . .	24
§ 9. Besonderer Fall zweier Beobachtungen . . . . .	29
§ 10. Winkelausgleichung in einem Dreieck . . . . .	31
§ 11. Beobachtungs-Differenzen . . . . .	35
§ 12. Allgemeines Ausgleichungsprinzip . . . . .	41
§ 13. Vermittelnde Beobachtungen mit zwei Unbekannten . . . . .	45
§ 14. Einführung von Näherungswerten bei zwei Unbekannten . . . . .	49
§ 15. Gauss'sche Elimination, und Fehlerquadratsumme, für zwei Unbekannte . . . . .	52
§ 16. Mittlerer Gewichtseinheits-Fehler bei zwei Unbekannten . . . . .	54
§ 17. Mittlere Fehler der ausgeglichenen $x$ und $y$ . . . . .	56
§ 18. Coefficienten-Berechnung und Summenproben . . . . .	59
§ 19. Eliminations-Beispiel mit zwei Unbekannten . . . . .	62
§ 20. Eliminations-Rechnung mit Logarithmen . . . . .	65
§ 21. Ungleiche Gewichte . . . . .	67
§ 22. Nicht lineare Funktionen . . . . .	70
§ 23. Ausgleichung von Barometerständen . . . . .	72
§ 24. Gewicht einer Funktion der ausgeglichenen $x$ und $y$ . . . . .	77
§ 25. Übergang zu beliebig vielen Unbekannten . . . . .	80
§ 26. Reduzierte Fehlergleichungen . . . . .	83
§ 27. Fehlerquadratsumme $[v v]$ und mittlerer Fehler $m$ . . . . .	84
§ 28. Gewichts-Coefficienten $[\alpha \alpha]$ $[\alpha \beta]$ u. s. w. . . . .	87
§ 29. Gewicht einer Funktion der $x$ , $y$ , $z$ nach der Ausgleichung . . . . .	92

	Seite
§ 30. Gewicht einer Funktion von Funktionen . . . . .	94
§ 31. Partielle Elimination . . . . .	95
§ 32. Bildung der Endgleichungen ohne Zwischenglieder . . . . .	98
§ 33. Gemeinsame Bestimmung aller Unbekannten $x, y, z \dots$ und aller Gewichts-Coefficienten $[\alpha \alpha], [\alpha \beta]$ u. s. w. . . . .	100
§ 34. Möglichkeit oder Unmöglichkeit der Auflösung der Normalgleichungen .	106
§ 35. Determinantenformeln für drei Elemente . . . . .	108
§ 36. Interpolations-Ausgleichung einer periodischen Erscheinung . . . . .	110

**Bedingte Beobachtungen.**

§ 37. Bedingte Beobachtungen, zurückgeführt auf vermittelnde Beobachtungen	115
§ 38. Minimum mit Nebenbedingungen . . . . .	117
§ 39. Bedingte Beobachtungen mit Korrelaten . . . . .	118
§ 40. Ungleiche Gewichte . . . . .	120
§ 41. Fehlerquadratsumme $[v v]$ . . . . .	122
§ 42. Gewicht einer Funktion der ausgeglichenen Elemente . . . . .	123
§ 43. Zusammenstellung der Formeln für Ausgleichung bedingter Beobachtungen	126
§ 44. Ausgleichung der drei Winkel eines ebenen Dreiecks . . . . .	128
§ 45. Partielle Ausgleichung . . . . .	130
§ 46. Gewicht einer Funktion von Funktionen . . . . .	133
§ 47. Verschiedene Nebenbetrachtungen . . . . .	134
§ 48. Günstigste Gewichtsverteilung. Der Schreiber'sche Satz . . . . .	138

**Vermittelnde Beobachtungen mit Bedingungsgleichungen.**

§ 49. Eliminierung der Bedingungsgleichungen . . . . .	145
§ 50. Trennung der Ausgleichung in zwei Teile, und erste Ausgleichung . . .	146
§ 51. Korrelatenausgleichung des zweiten Teils . . . . .	148
§ 52. Fehlerquadratsummen und mittlere Fehler . . . . .	151
§ 53. Funktionsgewicht nach der Ausgleichung . . . . .	153
§ 54. Vermittelnde Beobachtungen mit partiellen Bedingungsgleichungen . . .	154
§ 55. Formel-Zusammenstellung für vermittelnde Beobachtungen mit Bedingungsgleichungen . . . . .	156
§ 56. Zusammenfassung aller Formen von Ausgleichungsaufgaben . . . . .	161

**Kapitel II. Triangulierungs-Netze.**

§ 57. Bedingungsgleichungen im Viereck . . . . .	164
§ 58. Allgemeine Betrachtung der Bedingungsgleichungen . . . . .	170
§ 59. Ausgleichung eines Vierecks mit vollen Richtungssätzen . . . . .	178
§ 60. Triangulierungs-Netz der Stadt Hannover . . . . .	185
§ 61. Ausgleichung des Hannoverschen Fünfecks . . . . .	189
§ 62. Genauigkeit einer Netz-Diagonale . . . . .	197
§ 63. Abrisse und Coordinaten im System der Landesaufnahme . . . . .	200
§ 64. Abrisse und Coordinaten im Kataster-System mit dem Nullpunkt Celle .	205
§ 65. Schwerd's Basisnetz mit Winkelmessungen . . . . .	207
§ 66. Triangulierungsausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen. Schwerd's Basisnetz . . . . .	213

	Seite
§ 67. Stationsausgleichung mit Winkelmessungen . . . . .	217
§ 68. Berechnung voller Richtungssätze . . . . .	224
§ 69. Genäherte Berechnung unvollständiger Richtungssätze . . . . .	227
§ 70. Unterscheidung von Winkelmessung und Richtungsmessung . . . . .	230
§ 71. Strenge Ausgleichung unvollständiger Richtungssätze . . . . .	232
§ 72. Dreiecksnetz-Ausgleichung nach Bessels Methode . . . . .	239
§ 73. Genauigkeitsbestimmung für die Besselsche Dreiecksnetz-Ausgleichung .	246
§ 74. Die Besselsche Nullpunkts-Korrektion $z$ . . . . .	249
§ 75. Theorie der vollen Richtungssätze . . . . .	251
§ 76. Besonderer Fall dreier Sichtstrahlen . . . . .	254
§ 77. Winkelmessung in allen Combinationen . . . . .	259
§ 78. Winkelmessung in allen Combinationen mit Anschlusszwang . . . . .	267
§ 79. Triangulierung nach Schreiber's Methode . . . . .	268
§ 80. Die Elbkette (mit Netzbild S. 280—281) . . . . .	272
§ 81. Allgemeine Beziehungen zwischen Winkelausgleichung und Richtungs- ausgleichung . . . . .	276
§ 82. Genäherte Richtungs-Gewichte . . . . .	282
§ 83. Das Belgisch-Deutsche Verbindungsnetz mit Ausgleichung von Helmert	291
§ 84. Günstigste Wahl der Seitengleichung im Viereck . . . . .	299
§ 85. Günstige und ungünstige Seitengleichung in einem Vierecks-Beispiel .	308
§ 86. Ergänzungen zur Theorie der Stations-Ausgleichungen . . . . .	315
§ 87. Geographische Coordinaten und Azimute des Hannover'schen Fünfecks .	324

### Kapitel III. Punktbestimmung durch Coordinaten-Ausgleichung.

§ 88. Allgemeines . . . . .	325
§ 89. Richtungs-Änderung und Coordinaten-Änderung . . . . .	325
§ 90. Verschiedene Hilfsmittel zur Bestimmung der Richtungs-Coefficienten .	330
§ 91. Vorwärts-Einschneiden mit 3 Winkeln . . . . .	334
§ 92. Vorwärts-Einschneiden mit Richtungen . . . . .	340
§ 93. Rückwärts-Einschneiden mit Richtungen . . . . .	345
§ 94. Elimination von $z$ beim Rückwärts-Einschneiden mit Richtungen . . .	352
§ 95. Rückwärts-Einschneiden mit Winkeln . . . . .	355
§ 96. Richtungsanschluss an feste Strahlen . . . . .	358
§ 97. Innere und äussere Richtungen . . . . .	365
§ 98. Combinirtes Vorwärts- und Rückwärts-Einschneiden . . . . .	369
§ 99. Doppel-Punkt-Einschaltung . . . . .	374
§ 100. Mittlere Coordinatenfehler und Entfernungsfehler nach der Ausgleichung	380
§ 101. Übertragung in das System Celle . . . . .	382
§ 102. Doppelpunkt-Ausgleichung mit vollen Richtungssätzen . . . . .	384
§ 103. Die Schreiber'schen Regeln . . . . .	389
§ 104. Folge-Punkte . . . . .	393
§ 105. Verschiedene Zahlenfragen . . . . .	395
§ 106. Triangulierung der Stadt Hannover (mit Netzbild S. 408—409) . . . .	399
§ 107. Triangulierung III. Ordnung der Preussischen Landes-Aufnahme . . .	406
§ 108. Netzeinschaltung mit Coordinaten-Ausgleichung . . . . .	414

**Kapitel IV. Theorie der Fehler-Wahrscheinlichkeit.**

	Seite
§ 109. Hauptsätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . .	423
§ 110. Wahrscheinlichkeit der Beobachtungsfehler . . . . .	425
§ 111. Fehler-Wahrscheinlichkeits-Funktion . . . . .	427
§ 112. Reihen-Entwicklungen und Fehlerkurven . . . . .	432
§ 113. Der wahrscheinliche Fehler . . . . .	438
§ 114. Der durchschnittliche Fehler . . . . .	441
§ 115. Beziehungen zwischen dem mittleren, wahrscheinlichen und durchschnittlichen Fehler . . . . .	442
§ 116. Verschiedene Fehler-Potenz-Summen . . . . .	445
§ 117. Mittlerer Fehler des mittleren Fehlers . . . . .	447
§ 118. Scheinbare Fehler $v$ statt wahrer Fehler $\epsilon$ . . . . .	451
§ 119. Vergleichung des Fehlergesetzes mit Beobachtungsreihen . . . . .	454
§ 120. Fehlerkurven mit endlicher Erstreckung . . . . .	458
§ 121. Der Maximalfehler (mit Fortsetzung in § 146 und 147) . . . . .	463

**Kapitel V. Genauigkeit der Triangulierungen. Geschichtliche Abrisse.**

§ 122. Allgemeines . . . . .	468
§ 123. Die internationale Näherungsformel für den mittleren Winkelfehler . . . . .	469
§ 124. Verschiedene Berechnungen des mittleren Winkelfehlers . . . . .	472
§ 125. Triangulierung der Niederlande von Snellius. 1610 . . . . .	477
§ 126. Triangulierung von Schickhart in Württemberg. 1620 . . . . .	479
§ 127. Die französischen Gradmessungen des vorigen Jahrhunderts . . . . .	483
§ 128. England, Russland, Dänemark . . . . .	484
§ 129. Die klassischen Arbeiten von Gauss . . . . .	489
§ 130. Die Arbeiten von Bessel und Baeyer . . . . .	499
§ 131. Die Preussische Landes-Triangulation . . . . .	506
§ 132. Triangulierungen des geodätischen Instituts . . . . .	513
§ 133. Bayern . . . . .	518
§ 134. Württemberg . . . . .	522
§ 135. Baden . . . . .	527
§ 136. Hessen . . . . .	532
§ 137. Nassau . . . . .	535
§ 138. Oldenburg . . . . .	537
§ 139. Mecklenburg . . . . .	539
§ 140. Sachsen . . . . .	546
§ 141. Zusammenfassung der mittleren Winkelfehler . . . . .	551

**Nachträge.**

§ 142. Rückwärtseinschneiden mit mehreren Standpunkten . . . . .	554
§ 143. Genauigkeitsangaben von Stadt-Triangulierungen . . . . .	558
§ 144. Rechenproben zu den Einschneide-Ausgleichungen . . . . .	559
§ 145. Günstigste Winkelgleichungen im Viereck . . . . .	562
§ 146. Theorie des Maximalfehlers . . . . .	565
§ 147. Ausrechnung des Maximalfehlers . . . . .	569

