

Inhaltsübersicht

	Seite
Vorwort	X
Teil I: Vektorrechnung	
1. Vektor und Skalar, Vektoralgebra	
1.1 Vektor, Skalar	1
1.2 Vektoralgebra	1
1.3 Einheitsvektor, Komponenten eines Vektors	4
1.4 Betrag und Richtung eines Vektors	5
1.5 Ortsvektor, Vektor- und Skalarfeld	5
1.6 Einige geometrische Aufgaben	6
2. Skalar- und Vektorprodukt, Erweiterung des Vektorbegriffes	
2.1 Skalarprodukt, Anwendungen	7
2.2 Vektorprodukt, Anwendungen	9
2.3 Mehrfache Produkte	12
2.4 Erweiterung des Vektorbegriffes	14
3. Vektordifferentiation	
3.1 Gewöhnliche Differentiation von Vektoren, Raumkurven	17
3.2 Differentiation von Vektorsummen und -produkten	18
3.3 Differentiation von Mehrfachprodukten	18
3.4 Aufgaben und Anwendungen	18
4. Gradient, Divergenz, Rotation, LAPLACE'sche Felder	
4.1 Gradient, Divergenz, Rotation	19
4.2 Rechenregeln	20
4.3 Einige Aufgaben und Anwendungen, LAPLACE'sche Felder	21
5. Vektor-Integration, konservative Vektorfelder	
5.1 Begriff des Vektorintegrals	24
5.2 Beispiele für Vektorintegrale	24
5.3 Konservative Vektorfelder, Potential	25
5.4 Anwendungen, Beispiele	29

6. Die Integralsätze von GAUSS und GREEN, das Theorem von STOKES		
6.1	Integralsatz von GAUSS (Divergenz-Theorem)	30
6.2	GREEN'sche Integralformeln	32
6.3	Weitere Integralsätze	33
6.4	Definition der Vektoroperationen Divergenz, Gradient und Rotation als Grenzwerte	34
6.5	Das GREEN'sche Theorem für die Ebene und das Theorem von STOKES	36
7. Krummlinige orthogonale Koordinaten		
7.1	Definition krummliniger Koordinaten	40
7.2	Ortsvektor, Tangenteneinheitsvektoren an die Koordinatenlinien, Normaleneinheitsvektoren zu den Koordinatenflächen	41
7.3	Linien- und Volumelement	43
7.4	Gradient, Divergenz, Rotation, LAPLACE-Operator	44
7.5	Sphärische Polarkoordinaten (Kugelkoordinaten)	48
7.6	Zylinderkoordinaten	49
7.7	Ellipsoidische Koordinaten	51
Teil II: Einführung in die Potentialtheorie		
1. Anziehung endlicher Massen		
1.1	Anziehungskraft und Kraftfeld zweier Punktmassen	54
1.2	Beliebig viele Massenpunkte	55
1.3	Räumliche Massen	56
1.4	Massenbelegung von Flächen und Linien	58
1.5	Anwendungen, Beispiele	59
2. Das Potential und seine grundlegenden Eigenschaften		
2.1	Begriff des Potentials	67
2.2	Potential der Anziehung endlicher Massen	70
2.3	Potential der Anziehung für einfache Schicht und Doppelschicht	72
2.4	Die LAPLACE'sche Differentialgleichung	74
2.5	Verhalten des Potentials der Anziehung und seiner ersten Ableitungen im Unendlichen	75
2.6	Niveauflächen, Kraftlinien	77
2.7	Reguläre harmonische Funktionen, Regularität im Unendlichen	78
2.8	Anwendungen, Beispiele	78

3.	Integralsätze der Potentialtheorie	
3.1	Vektorfluß, solenoidale Felder	82
3.2	Fluß einer Anziehungskraft durch eine geschlossene Fläche	84
3.3	Wirbelfreie Felder	87
3.4	Die POISSON'sche Differentialgleichung	88
3.5	Die GREEN'schen Formeln	88
3.6	Bestimmung der STOKES'schen Konstanten eines Körpers	91
3.7	Deutung einer harmonischen Funktion als Potential, GREEN'sche Fundamentalformel der Potentialtheorie	92

4.	Verhalten des Potentials und seiner Ableitungen innerhalb der felderzeugenden Massen	
4.1	Potential einer Raummasse innerhalb der felderzeugenden Massen	96
4.2	Anziehungskraft einer Raummasse für Feldpunkte innerhalb der Massen	99
4.3	Stetigkeit des Raumpotentials und seiner ersten Ableitungen innerhalb der felderzeugenden Massen	100
4.4	Die zweiten Ableitungen des Potentials einer Raummasse innerhalb der felderzeugenden Massen, die POISSON'sche Gleichung	104
4.5	Das Potential der einfachen Schicht und seine ersten Ableitungen für Feldpunkte auf der Schicht	106
4.6	Unstetigkeit des Potentials einer Doppelschicht	110
4.7	Anwendungen, Beispiele	114

Teil III: Kugel- und Ellipsoidfunktionen

1.	Potenzreihen für die Anziehungspotentiale	
1.1	Potenzreihen für das Potential einer Raummasse, analytischer Charakter des Potentials	117
1.2	Entwicklung der reziproken Entfernung zweier Punkte nach LEGENDRE'schen Polynomen	120
1.3	Entwicklung der Anziehungspotentiale nach LEGENDRE'schen Polynomen	122
2.	Die LEGENDRE'schen Polynome	
2.1	Erste Eigenschaften	124
2.2	Entwicklung der erzeugenden Funktion in eine FOURIER-Reihe	125
2.3	Die Rekursionsformeln von BONNET und CHRISTOFFEL	126
2.4	Berechnung der LEGENDRE'schen Polynome	128
2.5	Die Formel von RODRIGUES	130

3. Definition der Kugelfunktionen		
3.1	Räumliche Kugelfunktionen	131
3.2	Bestimmung räumlicher Kugelfunktionen als Lösungen der LAPLACE'schen Gleichung	133
3.3	LAPLACE'sche Kugelflächenfunktionen	135
3.4	Bestimmung der LAPLACE'schen Kugelflächenfunktionen als Lösungen der LAPLACE'schen Gleichung	137
3.5	LEGENDRE'sche Kugelfunktionen	138
3.6	Berechnung der zugeordneten LEGENDRE'schen Kugelfunktionen	141
3.7	Weitere Diskussion der bisher gewonnenen Kugelflächenfunktionen	142
3.8	LEGENDRE'sche Kugelfunktionen zweiter Art	146
4. Reihenentwicklung nach Kugelfunktionen		
4.1	Orthogonalität der LEGENDRE'schen Polynome	148
4.2	Normierte orthogonale Funktionen	150
4.3	Eine endliche Reihe für die LEGENDRE'schen Polynome	153
4.4	Reihenentwicklung nach Kugelflächenfunktionen	157
4.5	Beispiele für Reihenentwicklungen nach Kugelfunktionen	160
4.6	Koeffizientenbestimmung bei der Reihenentwicklung empirisch gegebener Funktionen	164
4.7	Reihenentwicklung nach normierten Kugelflächenfunktionen	172
5. Ellipsoidische harmonische Funktionen		
5.1	Die LAPLACE'sche Gleichung in ellipsoidischen Koordinaten	174
5.2	Ellipsoidische harmonische Funktionen als Lösungen der LAPLACE'schen Gleichung	175

Teil IV: Die Randwertaufgaben der Potentialtheorie

1. Einführung		
1.1	Formulierung der Randwertaufgaben	178
1.2	Bedeutung der Randwertaufgaben, insbesondere für die physikalische Geodäsie	179
1.3	Die Eindeutigkeitssätze der drei Randwertaufgaben	179
1.4	Das Umkehrproblem der Potentialtheorie (Satz von STOKES)	181
2. Einige Lösungen für die drei Randwertaufgaben		
2.1	Lösung der 1. Randwertaufgabe für den Außenraum einer Kugel mit Hilfe des POISSON'schen Integrales	183
2.2	Lösung der 1. Randwertaufgabe mit Hilfe von Kugelflächenfunktionen	185

	Seite
2.3 Lösung der 2. Randwertaufgabe für den Außenraum einer Kugel mit Hilfe von Kugelflächenfunktionen	188
2.4 Lösung der 3. Randwertaufgabe für den Außenraum einer Kugel mit Hilfe von Kugelflächenfunktionen	189
2.5 Die Integralformel von STOKES	191
2.6 Lösung der 1. Randwertaufgabe für den Innen- und Außenraum eines Rotationsellipsoides	195
3. Randwertaufgaben und Integralgleichungen	
3.1 Aufgabenstellung, Überblick	196
3.2 Begriff der Integralgleichung	197
3.3 Die Integralgleichungen der 1. Randwertaufgabe	198
3.4 Die Integralgleichungen der 2. Randwertaufgabe	200
3.5 Die Integralgleichungen der 3. Randwertaufgabe	201
4. Lösung der linearen inhomogenen FREDHOLM'schen Integralgleichungen zweiter Art	
4.1 Die NEUMANN'sche Methode der schrittweisen Näherung	202
4.2 Produktkerne	206
4.3 Die FREDHOLM'sche Lösungsmethode	211
4.4 Der FREDHOLM'sche Alternativsatz	213
5. Existenznachweis für die Lösungen der Randwertaufgaben	
Schrifttum (Auswahl)	216
Sachregister	218