

Inhalt

I. Differentiation

Der Satz von LEBESGUE über die Ableitung einer monotonen Funktion	13
1. Beispiel einer stetigen nirgends differenzierbaren Funktion — 2. Der Satz von LEBESGUE über die Ableitung einer monotonen Funktion. Mengen vom Maß Null — 3. Beweis des Satzes von LEBESGUE — 4. Funktionen von endlicher Variation	
Einige unmittelbare Folgerungen aus dem Satz von LEBESGUE.....	22
5. Der Satz von FUBINI über die Differentiation von Reihen mit monotonen Gliedern — 6. Verdichtungspunkte linearer Punktfolgen — 7. Sprungfunktionen — 8. Beliebige Funktionen von endlicher Variation — 9. Satz von DENJOY-YOUNG-SAKS über die Ableitungszahlen allgemeiner Funktionen	
Intervallfunktionen	30
10. Vorbemerkungen — 11. Erster Fundamentalsatz — 12. Zweiter Fundamentalsatz — 13. Darboux'sche und Riemann'sche Integrale — 14. Der Satz von DARBOUX — 15. Funktionen von endlicher Variation. Rektifizierbare Kurven	

II. Das Lebesguesche Integral

Definition und Haupteigenschaften	39
16. Integrale von Treppenfunktionen. Zwei Hilfssätze — 17. Das Integral summierbarer Funktionen — 18. Gliedweise Integration einer wachsenden Folge (Satz von BEPPO LEVI) — 19. Gliedweise Integration einer Folge mit summierbarer Majorante (Satz von LEBESGUE) — 20. Sätze über die Integrierbarkeit einer Grenzfunktion — 21. Die Schwarz'sche, die Hölder'sche und die Minkowski'sche Ungleichung — 22. Meßbare Mengen und meßbare Funktionen	
Unbestimmte Integrale. Absolut stetige Funktionen	57
23. Die Totalvariation und die Ableitung eines unbestimmten Integrals — 24. Beispiel einer monotonen stetigen Funktion mit fast überall verschwindender Ableitung ^s — 25. Absolut stetige Funktionen. Kanonische Zerlegung monotoner Funktionen — 26. Partielle Integration und Integration durch Substitution — 27. Das Integral als Mengenfunktion	

Der Raum L^2 und seine linearen Funktionale. Die Räume L^p	68
28. Der Raum L^2 . Konvergenz im Mittel. Satz von RIESZ-FISCHER — 29. Schwache Konvergenz — 30. Lineare Funktionale — 31. Folgen linearer Funktionale. Ein Satz von OSGOOD — 32. Die Separabilität von L^2 . Das Auswahltheorem — 33. Orthonormierte Systeme — 34. Unterräume von L^2 . Zerlegungssatz — 35. Ein anderer Beweis des Auswahltheorems. Fortsetzung von Funktionalen — 36. Der Raum L^p und seine linearen Funktionale — 37. Ein Satz über die Konvergenz im Mittel — 38. Ein Satz von BANACH-SAKS	
Funktionen mehrerer Veränderlicher	91
39. Definitionen. Übertragungsprinzip — 40. Sukzessive Integrationen. Satz von FUBINI — 41. Ableitungen einer additiven nichtnegativen Rechtecksfunktion bezüglich eines Gitternetzes. Parallelverschiebung des Netzes — 42. Rechtecksfunktionen von endlicher Variation. Konjugierte Netze — 43. Additive Mengenfunktionen. (B) -meßbare Mengen	
Andere Definitionen des Lebesgueschen Integrals	102
44. (L) -meßbare Mengen — 45. (L) -meßbare Funktionen und (L) -Integral — 46. Andere Definitionen. Satz von EGOBOFF — 47. Elementarer Beweis der Sätze von ARZELÀ und OSGOOD — 48. Die Integration als Umkehrung der Differentiation	
III. Das Stieltjessche Integral und seine Verallgemeinerungen	
Lineare Funktionale im Raum der stetigen Funktionen	115
49. Das Stieltjessche Integral — 50. Lineare Funktionale im Raum C — 51. Die Eindeutigkeit der erzeugenden Funktion — 52. Fortsetzung eines linearen Funktionals — 53. Approximationssatz. Momentenproblem — 54. Partielle Integration. Zweiter Mittelwertsatz — 55. Folgen von Funktionalen	
Verallgemeinerungen des Stieltjes-Integrals	132
56. Die Stieltjes-Riemannschen und Stieltjes-Lebesgueschen Integrale — 57. Reduktion des Stieltjes-Lebesgueschen Integrals auf ein Lebesguesches Integral — 58. Beziehungen zwischen zwei Stieltjes-Lebesgueschen Integralen — 59. Funktionen mehrerer Variabler. Direkte Definition — 60. Definition mit Hilfe des Übertragungsprinzips	
Das Daniellsche Integral	142
61. Positive lineare Funktionale — 62. Funktionale von veränderlichem Vorzeichen — 63. Die Ableitung eines Funktionals bezüglich eines anderen	
IV. Integralgleichungen	
Verfahren der sukzessiven Approximationen	151
64. Einführung — 65. Beschränkte Kerne — 66. Quadratisch summierbare Kerne. Lineare Transformationen des Raumes L^2 — 67. Inverse Transformation. Reguläre und singuläre Werte — 68. Iterierte Kerne, lösende Kerne — 69. Approximation eines beliebigen Kernes durch ausgeartete Kerne	
Fredholmsche Alternative	170
70. Integralgleichungen mit ausgearteten Kernen — 71. Integralgleichungen mit Kernen vom allgemeinen Typ — 72. Zerlegung an der Stelle eines singulären Wertes — 73. Die Fredholmsche Alternative für allgemeine Kerne	
Die Fredholmschen Determinanten	181
74. Das Fredholmsche Verfahren — 75. Die Hadamardsche Ungleichung	

Ein anderes auf der Vollstetigkeit beruhendes Verfahren	187
76. Vollstetigkeit — 77. Die Unterräume \mathfrak{M}_n und \mathfrak{N}_n — 78. Die Fälle $\nu = 0$ und $\nu \geq 1$; Zerlegungssatz — 79. Verteilung der singulären Werte — 80. Kanonische Zerlegung an der Stelle eines singulären Wertes	
Anwendungen auf die Potentialtheorie	200
81. Dirichletsches und Neumannsches Problem; Lösung nach der Methode von FREDHOLM	
V. Hilbertsche und Banachsche Räume	
Der Hilbertsche Raum	205
82. Der Hilbertsche Folgenraum — 83. Der abstrakte Hilbertsche Raum — 84. Lineare Transformationen des Hilbertschen Raumes. Grundlegende Begriffe — 85. Lineare vollstetige Transformationen — 86. Biorthogonale Folgen. Ein Satz von PALEY und WIENER	
Banachsche Räume	221
87. Banachsche Räume und ihre konjugierten Räume — 88. Lineare Transformationen und ihre adjungierten Transformationen — 89. Funktionalgleichungen — 90. Transformationen des Raumes der stetigen Funktionen. — 91. Weiteres zur Potentialtheorie	
VI. Vollstetige symmetrische Transformationen des Hilbertschen Raumes	
Existenz von Eigenelementen. Entwicklungssatz	239
92. Eigenwerte und Eigenelemente. Einfachste Eigenschaften symmetrischer Transformationen — 93. Vollstetige symmetrische Transformationen — 94. Lösung der Funktionalgleichung $f - \lambda Af = g$ — 95. Direkte Bestimmung des n -ten Eigenwertes von gegebenem Vorzeichen — 96. Ein anderes Verfahren zur Konstruktion der Eigenwerte und Eigenelemente	
Transformationen mit symmetrischem Kern	254
97. Die Sätze von HILBERT und SCHMIDT — 98. Der Satz von MERCEUR	
Anwendungen auf das Problem der schwingenden Saite und auf fastperiodische Funktionen	259
99. Das Problem der schwingenden Saite. Die Räume D und H — 100. Problem der schwingenden Saite. Eigenschwingungen — 101. Der Raum der fastperiodischen Funktionen — 102. Beweis des Fundamentalsatzes über die fastperiodischen Funktionen — 103. Isometrische Transformationen eines endlichdimensionalen Raumes	
VII. Beschränkte symmetrische, unitäre und normale Transformationen des Hilbert- raumes	
Symmetrische Transformationen	275
104. Einige grundlegende Eigenschaften — 105. Projektionen — 106. Funktionen einer beschränkten symmetrischen Transformation — 107. Spektralzerlegung einer beschränkten symmetrischen Transformation — 108. Positiver und negativer Teil einer symmetrischen Transformation. Anderer Beweis für die Spektralzerlegung	
Unitäre und normale Transformationen	295
109. Unitäre Transformationen — 110. Normale Transformationen. Faktorisierungen — 111. Spektralzerlegung normaler Transformationen. Funktionen mehrerer Transformationen	

Unitäre Transformationen des Raumes L^2	306
112. Ein Satz von BOCHNER — 113. Die Transformationen von FOURIER-PLANCHEREL und von WATSON	
VIII. Nichtbeschränkte lineare Transformationen des Hilbertschen Raumes	
Verallgemeinerung des Begriffs der linearen Transformation	311
114. Ein Satz von HELLINGER und TOEPLITZ. Erweiterung des Begriffs der linearen Transformation — 115. Adjungierte Transformationen — 116. Vertauschbarkeit. Reduktion — 117. Der Graph einer Transformation — 118. Die Transformationen $B = (I + T^*T)^{-1}$ und $C = T(I + T^*T)^{-1}$	
Selbstadjungierte Transformationen. Spektralzerlegung	324
119. Symmetrische und selbstadjungierte Transformationen. Definitionen und Beispiele — 120. Spektralzerlegung einer selbstadjungierten Transformation — 121. Methode von VON NEUMANN. Cayley-Transformierte — 122. Halbbeschränkte selbstadjungierte Transformationen	
Fortsetzung symmetrischer Transformationen	341
123. Cayley-Transformierte. Defektindizes — 124. Halbbeschränkte symmetrische Transformationen. Methode von FRIEDRICHS — 125. Methode von KREIN	
IX. Selbstadjungierte Transformationen: Funktionalkalkül, Spektrum, Störungen	
Funktionalkalkül	359
126. Beschränkte Funktionen — 127. Nicht beschränkte Funktionen. Definitionen — 128. Nicht beschränkte Funktionen. Rechenregeln — 129. Charakteristische Eigenschaften der Funktionen einer selbstadjungierten Transformation — 130. Endliche oder abzählbare Mengen vertauschbarer selbstadjungierter Transformationen — 131. Beliebige Mengen vertauschbarer selbstadjungierter Transformationen	
Das Spektrum einer selbstadjungierten Transformation und seine Störungen	378
132. Das Spektrum einer selbstadjungierten Transformation. Zerlegung in Punktspektrum und kontinuierliches Spektrum — 133. Häufungspunkte des Spektrums — 134. Störung des Spektrums durch Addition einer vollstetigen Transformation — 135. Stetige Störungen — 136. Analytische Störungen	
X. Gruppen und Halbgruppen von Transformationen	
Unitäre Transformationen	397
137. Der Satz von STONE — 138. Ein weiterer Beweis, der auf dem Satz von BOCHNER beruht — 139. Einige Anwendungen des Satzes von STONE — 140. Unitäre Darstellungen allgemeinerer Gruppen	
Nicht unitäre Transformationen	411
141. Gruppen und Halbgruppen selbstadjungierter Transformationen — 142. Infinitesimale Transformation einer Halbgruppe von Transformationen allgemeinen Typs — 143. Exponentialformeln	
Ergodensätze	423
144. Die ersten Methoden — 145. Methoden, die auf Konvexitätsbetrachtungen beruhen — 146. Halbgruppen nicht vertauschbarer Kontraktionen	

XI. Spektraltheorie linearer Transformationen von allgemeinem Typ

Anwendungen funktionentheoretischer Methoden.....	432
147. Das Spektrum. Kurvenintegrale — 148. Zerlegungssatz — 149. Beziehungen zwischen dem Spektrum und den Normen der iterierten Transformationen — 150. Anwendung auf absolut konvergente trigonometrische Reihen — 151. Elemente eines Funktionalkalküls — 152. Zwei Beispiele	
Spektralmengen nach J. VON NEUMANN	452
153. Grundlegende Sätze — 154. Spektralmengen — 155. Charakterisierung der symmetrischen, unitären und normalen Transformationen durch ihre Spektralmengen	
Anhang	
Fortsetzung linearer Transformationen des Hilbertschen Raumes mit Austritt aus dem Raum	463
§ 1. Einleitung — § 2. Verallgemeinerte Spektralscharen. Satz von NEUMARK — § 3. Momentfolgen von Transformationen — § 4. Kontraktionen des Hilbertschen Raumes — § 5. Normale Fortsetzungen — § 6. Der Hauptsatz — § 7. Beweis des Neumarkschen Satzes — § 8. Beweis des Satzes über Momentfolgen — § 9. Beweis der Sätze über Kontraktionen — § 10. Beweis des Satzes über normale Fortsetzungen — Nachtrag	
Literatur	499
Bezeichnungen	508
Namenverzeichnis	509
Sachverzeichnis	513