Inhalt

1 Lineare Gleichungssysteme und Matrizen 1
1.1 Einführung in die linearen Gleichungssysteme 1
1.2 Gaußsches Eliminationsverfahren 9
1.3 Matrizen und Matrixoperationen 28
1.4 Regeln der Matrixarithmetik 42
1.5 Elementarmatrizen und Inversenberechnung 56
1.6 Weitere Ergebnisse über Gleichungssysteme und Invertierbarkeit . . 65
1.7 Diagonal-, Dreiecks- und symmetrische Matrizen 74

2 Determinanten 87
2.1 Die Determinantenfunktion 87
2.2 Determinantenberechnung durch Zeilenoperationen 94
2.3 Eigenschaften der Determinantenfunktion 102
2.4 Kofaktorentwicklung, Cramersche Regel 112

3 Vektoren in der Ebene und im Raum 129
3.1 Einführung in die Geometrie von Vektoren 129
3.2 Norm eines Vektors, Vektorarithmetik 140
3.3 Inneres euklidisches Produkt, Projektionen 144
3.4 Kreuzprodukt 155
3.5 Geraden und Ebenen im Raum 170

4 Euklidische Vektorräume 185
4.1 Der n-dimensionale euklidische Raum 185
4.2 Lineare Transformationen von R^n nach R^m 199
4.3 Eigenschaften linearer Transformationen 219

5 Allgemeine Vektorräume 235
5.1 Reelle Vektorräume 235
5.2 Unterräume 241
5.3 Lineare Unabhängigkeit 253
5.4 Basis und Dimension 263
5.5 Zeilen-, Spalten- und Nullraum 280
5.6 Rang und Defekt 295

6 Vektorräume mit Skalarprodukt 309
6.1 Skalarprodukte 309

6.2 Winkelbestimmung und Orthogonalität in Vektorräumen mit Skalarprodukt 321
6.3 Orthonormalbasen, Gram-Schmidtsches Orthogonalisierungsverfahren, QR-Zerlegung 334
6.4 Näherungslösungen 351
6.5 Orthogonale Matrizen, Basiswechsel 360

7 Eigenwerte, Eigenvektoren 381
7.1 Eigenwerte und Eigenvektoren. 381
7.2 Diagonalisierung 391
7.3 Diagonalisierung mit orthogonalen Matrizen 402

8 Lineare Transformationen 411
8.1 Allgemeine lineare Transformationen. 411
8.2 Kern und Bild 423
8.3 Inverse Transformationen. 431
8.4 Matrixdarstellung linearer Transformationen 439
8.5 Ähnlichkeit 454

9 Anwendungen und Ergänzungen 473
9.1 Differentialgleichungen 473
9.2 Die Geometrie linearer Operatoren auf R^2 480
9.3 Methode der kleinsten Quadrate. 493
9.4 Approximationsprobleme, Fourierreihen 501
9.5 Quadratische Formen 507
9.6 Diagonalisierung quadratischer Formen, Kegelschnitte 517
9.7 Quadriken 529
9.8 Vergleich der Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme . . 536
9.9 LU-Zerlegung. 546

10 Komplexe Vektorräume 557
10.1 Komplexe Zahlen 557
10.2 Betrag, Konjugation, Division. 565
10.3 Polarkoordinaten, Satz von DeMoivre 572
10.4 Komplexe Vektorräume 582
10.5 Skalarprodukte auf komplexen Vektorräumen 590
10.6 Unitäre, normale und hermitesche Matrizen. 599

Lösungen zu den Übungsaufgaben 611

Sachwortverzeichnis 675